



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA (UFPB)
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS (CCSA)
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE (DFC)
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS (CCA)



JÔNATAS TRAJANO DO NASCIMENTO

**APLICAÇÃO DAS CADEIAS DE MARKOV PARA ANÁLISE DE TRANSIÇÕES DE
CLASSIFICAÇÃO DE CRÉDITO: ESTUDO DE CASO EM COOPERATIVA DE
CRÉDITO**

JOÃO PESSOA, PB
2020

JÔNATAS TRAJANO DO NASCIMENTO

APLICAÇÃO DAS CADEIAS DE MARKOV PARA ANÁLISE DE TRANSIÇÕES DE CLASSIFICAÇÃO DE CRÉDITO: ESTUDO DE CASO EM COOPERATIVA DE CRÉDITO.

Trabalho de Conclusão de Curso para o curso de Ciências Atuariais na UFPB, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Ciências Atuariais.

Área de Concentração: Gerenciamento de Risco

Orientador(a): Prof. (Me.) Herick Cidarta Gomes de Oliveira

**JOÃO PESSOA, PB
2020**

Catálogo na publicação
Seção de Catalogação e Classificação

N244a Nascimento, Jonatas Trajano do.
APLICAÇÃO DAS CADEIAS DE MARKOV PARA ANÁLISE DE
TRANSIÇÕES DE CLASSIFICAÇÃO DE CRÉDITO: ESTUDO DE CASO
EM COOPERATIVA DE CRÉDITO. / Jonatas Trajano do
Nascimento. - João Pessoa, 2020.
43 f.

Orientação: Herick Cidarta Gomes de Oliveira.
Monografia (Graduação) - UFPB/CCSA.

1. Cadeias de Markov. 2. Cooperativas de Crédito. 3.
Risco de Crédito. 4. Classificação de Risco. I.
Oliveira, Herick Cidarta Gomes de. II. Título.

UFPB/CCSA

JÔNATAS TRAJANO DO NASCIMENTO

**APLICAÇÃO DAS CADEIAS DE MARKOV PARA ANÁLISE DE TRANSIÇÕES DE
CLASSIFICAÇÃO DE CRÉDITO: ESTUDO DE CASO EM COOPERATIVA DE
CRÉDITO.**

Trabalho de Conclusão de Curso para o curso de Ciências Atuariais na UFPB, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Ciências Atuariais.

BANCA EXAMINADORA



Prof. (Me.) Herick Cidarta Gomes de Oliveira
(Orientador)
UFPB

Prof. (Me.) Filipe Coelho de Lima Duarte
Membro avaliador
UFPB

Prof. (Dr.) João Agnaldo do Nascimento
Membro avaliador
UFPB

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como graduando, mas que em todos os momentos é o maior mestre que alguém pode conhecer.

Agradeço a minha mãe, Ângela, heroína que me deu todo apoio e incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço.

Ao meu pai, Cícero, que apesar de todas as dificuldades me fortaleceu e que para mim foi de crucial importância.

Ao meu irmão Rhuan, que me compreendeu em meus momentos de estudos e leitura.

Ao meu avô, João Trajano, que me acalentou com suas palavras de sabedoria e fez-me entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente.

À minha companheira, Myllene Alves, que sempre esteve ao meu lado perante as dificuldades acadêmicas e pessoais, não me deixando desfalecer nem desistir perante as dificuldades.

À Instituição pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.

Ao meu orientador, Herick, pelo apoio e confiança depositados em mim durante o período de orientação.

Agradeço a todos os professores, principalmente os diretamente ligados ao curso de ciências atuariais, por me proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, por tanto que se dedicaram a mim, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender. A palavra mestre, nunca fará jus aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os meus eternos agradecimentos.

Meus agradecimentos aos companheiros de J.Golden e também aos eternos companheiros de trabalhos e irmãos na amizade, que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida com certeza.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

“Existe o risco que você não pode jamais correr, e existe o risco que você não pode deixar de correr.”

Peter Drucker

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo aplicar um modelo de cadeia de Markov a fim de projetar a dinâmica futura do sistema de classificação de risco dos tomadores de crédito de uma cooperativa financeira. Para tanto, os dados utilizados procederam de uma cooperativa de crédito da cidade de João Pessoa (Paraíba), sendo coletados as classificações de risco de cerca de 1.306 tomadores de crédito desta cooperativa, no período de fevereiro de 2019 a março de 2019. Um modelo baseado em cadeias de Markov foi projetado para 24 meses utilizando as informações inerentes aos *ratings* de uma carteira de proponentes de crédito da cooperativa em questão, segundo a resolução 2.682/99 do BACEN. Os resultados obtidos revelam que a carteira de crédito estudada apresenta indícios de elevação nos níveis de inadimplência no longo prazo.

Palavras-Chave: Cadeias de Markov. Cooperativas de Crédito. Risco de Crédito. Classificação de Risco.

ABSTRACT

The present study aims to apply a Markov chain model in order to project the future dynamics of the rating system of credit borrowers of a credit union. To this end, the data used came from a credit union in the city of João Pessoa (Paraíba), and ratings were collected from about 1,306 credit borrowers of this cooperative, from February 2019 to March 2019. A Markov chain-based model was projected for 24 months using the information inherent in the ratings of a portfolio of credit proponents of a cooperative, according to BACEN Resolution 2,682 / 99. The results obtained reveal that the studied credit portfolio shows signs of an increase in default levels in the long run.

Keywords: Markov Chains. Credit Unions. Credit Risk. Risk Rating.

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1 – Principais diferenças entre cooperativas de crédito e instituições financeiras bancárias | 13 |
| Quadro 2 – Classificações de risco segundo a resolução BACEN 2.682/99..... | 15 |
| Quadro 3 – Principais estudos realizados sob a ótica dos processos de Markov no risco de crédito. | 22 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Tomadores de crédito e seus respectivos riscos em março de 2019 | 28 |
| Tabela 2 – Matriz de transição de ratings dos tomadores de crédito (%) | 29 |
| Tabela 3 – Composição da carteira ao longo dos períodos posteriores. | 29 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | |
|---|----|
| Gráfico 1 - Evolução da quantidade de cooperados ativos..... | 14 |
| Gráfico 2 - Exemplo de diagrama da matriz de transição entre estados de uma Cadeia de Markov | 20 |
| Gráfico 3 – Composição da carteira ao longo de n meses..... | 30 |
| Gráfico 4 – Comparação entre a composição inicial e a composição no 24º mês..... | 31 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|-------|--|
| BACEN | Banco Central do Brasil |
| BCB | Banco Central do Brasil |
| BCBS | Comitê de Supervisão Bancária de Basileia |
| COPOM | Comitê de Política Monetária |
| FIEP | Federação das Indústrias do Paraná |
| SCR | Sistema de Operações de Crédito do Banco Central |
| SFN | Sistema Financeiro Nacional |
| SNCC | Sistema Nacional de Crédito Cooperativo |

,

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 9 |
| 1.1 QUESTÃO DE PESQUISA | 10 |
| 1.2 OBJETIVOS | 10 |
| 1.2.1 Objetivo Geral | 10 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos | 10 |
| 1.3 JUSTIFICATIVA | 11 |
| 2 REFERENCIAL TEÓRICO | 12 |
| 2.1 COOPERATIVISMO DE CRÉDITO | 12 |
| 2.1.1 Cooperativas de Crédito | 12 |
| 2.2 CLASSIFICAÇÃO DO RISCO DE CRÉDITO | 14 |
| 2.3 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS | 17 |
| 2.3.1 Processos de Markov | 18 |
| 2.3.2 Processos de Markov em tempo discreto (Cadeias de Markov) | 19 |
| 2.4 ESTUDOS ANTERIORES | 22 |
| 3. METODOLOGIA | 25 |
| 3.1. ESTIMAÇÃO DA MATRIZ DE MIGRAÇÃO DE RATINGS | 25 |
| 3.2. DADOS UTILIZADOS | 26 |
| 3.3. ETAPAS METODOLÓGICAS | 26 |
| 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS | 28 |
| 5. CONCLUSÃO | 32 |
| REFERÊNCIAS | 34 |

1. INTRODUÇÃO

A gestão de risco de crédito é uma atividade fundamental e inerente à intermediação financeira, visto que, ao captar recursos junto a seus clientes e repassá-los àqueles que demandam crédito, os bancos necessitam proteger estes recursos de uma possível inadimplência. Para tanto, mensuram o risco afim de selecionar a quem emprestar determinado capital (SILVA, 2004).

Agências internacionais como Moody's, Fitch Ratings e Standard & Poor's trabalham com *ratings*, ferramenta que tem por objetivo informar aos investidores, através de uma nota, o risco de inadimplência associado a determinados ativos financeiros, instituições e até países inseridos nos mercados financeiros internacionais (LARANI; JÚNIOS, 2000).

A classificação do risco de crédito, ou rating de crédito, é um processo que tem como objetivo atribuir aos tomadores do crédito uma nota que reflita o seu risco de inadimplência, bem como os impactos que essa inadimplência pode causar aos fornecedores do crédito. De modo que, o objetivo do estabelecimento do rating de crédito bancário é reduzir a subjetividade associada ao processo de avaliação de risco na análise de crédito, bem como estabelecer padrões de comparação que possam trazer ao ofertante de crédito um controle maior do risco associado às suas operações (LARANI; JÚNIOS, 2000).

Nos dias 4 e 5 de fevereiro de 2020, o comitê de política monetária (COPOM) decidiu por unanimidade em sua 228ª reunião reduzir a taxa básica de juros de 4,5% ao ano para 4,25% ao ano alegando que os indicadores recentes da atividade econômica apontam para uma retomada do processo de recuperação da economia brasileira (BCB, 2020).

Um choque positivo no volume de crédito provocado por uma redução na taxa de juros resulta em um aumento na demanda por crédito, visto que os agentes irão demandar mais recursos em momentos de crescimento da economia (EVANGELISTA; SBARDELLATI, 2012, P. 12).

O presidente da Federação das Indústrias do Paraná (FIEP), Edson Campagnolo, considera que a redução da taxa básica de juros é uma importante medida para incentivo do consumo, melhoramento das condições de crédito e estimula a retomada da atividade econômica do país (AGÊNCIA FIEP, 2019).

O uso de novas ferramentas para gestão de riscos vem sendo exigidos das instituições financeiras. Em vista disso, um dos principais riscos que comprometem o mercado de crédito é a inadimplência, pois prejudica a liquidez e resulta na diminuição do capital próprio das instituições financeiras (RUTH, 1991).

1.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Decorrente da crescente onda de reduções na taxa de juros e estímulo ao crédito, que provoca maior demanda por operações junto ao mercado financeiro e insere cada vez mais tomadores de crédito no mercado, este trabalho busca responder a seguinte questão de pesquisa: **Como se projetar a dinâmica futura de *ratings* dos tomadores de crédito de uma cooperativa de crédito?**

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Projetar a dinâmica futura das probabilidades do sistema de *ratings* da carteira de crédito de uma cooperativa de João Pessoa-PB, por meio de um processo estocástico de Cadeia de Markov.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar as Cadeias de Markov como uma ferramenta para gestão de riscos financeiros.
- Verificar alguns dos meios utilizados pelos integrantes do sistema financeiro brasileiro na busca pela mitigação e controle do risco de crédito.

1.3 JUSTIFICATIVA

Para Crouhy et. al. (2000), o desenvolvimento de bases de dados internas sobre a migração do rating de clientes por grandes instituições financeiras, tendem a ficar mais recorrentes, visto que, os métodos existentes são genéricos e consideram que as possibilidades de transição e de inadimplência são homogêneas no mercado, tornando a análise equivocada ao não captar especificidades de cada entidade. A gestão de risco passou a ocupar, nos últimos tempos, posição de destaque na administração financeira, especialmente em consequência da expansão do crédito, do crescimento de mercado e da globalização (BUENO, 2003).

Quando a instituição tem à sua disposição ferramentas de reconhecimento de padrões que indique antecipadamente a chance de inadimplência de um futuro cliente, a decisão de concessão de crédito fica facilitada, podendo-se então utilizar argumentos quantitativos em substituição aos argumentos subjetivos e decidir com maior segurança (GUIMARÃES et. al. apud SELAU et. Al., 2009).

Diante do exposto percebe-se o destaque da gestão de risco de crédito no mercado financeiro e a importância de ferramentas que reconheçam antecipadamente possíveis padrões de ocorrência de inadimplência.

Segundo Perera (1998), uma carteira de crédito aproxima-se do modelo de cadeias de Markov proposto, pois, os ratings de crédito representam um conjunto de resultados possíveis que evoluem com o passar do tempo como uma sequência de estados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 COOPERATIVISMO DE CRÉDITO

2.1.1 Cooperativas de Crédito

Cooperativas de crédito são instituições financeiras constituídas sob a forma de sociedade cooperativa, tendo por objeto a prestação de serviços financeiros aos associados, como concessão de crédito, captação de depósitos à vista e a prazo, cheques, prestação de serviços de cobrança, de custódia, de recebimentos e pagamentos por conta de terceiros sob convênio com instituições financeiras públicas e privadas e de correspondente no País, além de outras operações específicas e atribuições estabelecidas na legislação em vigor (PINHEIRO, 2008).

Por serem instituições sem fins lucrativos, a prestação de tais serviços podem ser feitos com taxas menores que as praticadas pelo mercado financeiro tradicional, caracterizando-as como empreendimentos que promovem o desenvolvimento econômico de seus associados. Nesse contexto, o trabalho de Bressan, Braga e Resende Filho (2011) demonstra que a procura por serviços prestados pelas cooperativas de crédito vem aumentando de forma significativa, exatamente pelo fato de oferecerem taxas de juros e custos de serviços sensivelmente mais baixos, quando comparados aos praticados pelo sistema bancário.

As cooperativas de crédito, portanto, são instituições financeiras que, juntamente com os bancos e outros tipos de organização, formam o Sistema Financeiro Nacional (SFN). Entretanto, diferem dessas outras instituições, sobretudo, pela sua forma jurídica, uma vez que são sociedades de pessoas e não de capital (ASSAF NETO, 2014). De modo que, as principais diferenças em relação aos bancos, de acordo com Santos (2009), estão descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Principais diferenças entre cooperativas de crédito e instituições financeiras bancárias.

| COOPERATIVAS | BANCOS |
|---|---|
| Sociedade simples, de pessoas, sem fins lucrativos. | Sociedade empresária, de capital, prioriza o lucro para os acionistas. |
| Número ilimitado de associados. | Número limitado de ações. |
| Cada associado (pessoa) tem um voto. | Voto proporcional às ações ordinárias. |
| As cotas são inacessíveis a estranhos, ainda que por herança. | As ações são livremente negociadas e/ou transferidas. |
| Os resultados positivos oriundos de atos cooperativos (sobras) são isentos de tributos. | Os resultados positivos (lucros) são tributados. |
| As sobras são devolvidas aos associados, proporcionalmente às suas operações com a cooperativa. | O lucro fica à disposição dos acionistas, proporcionalmente ao número de ações ou participação no capital do banco. |
| Desenvolve-se pela colaboração. | Avança pela competição. |

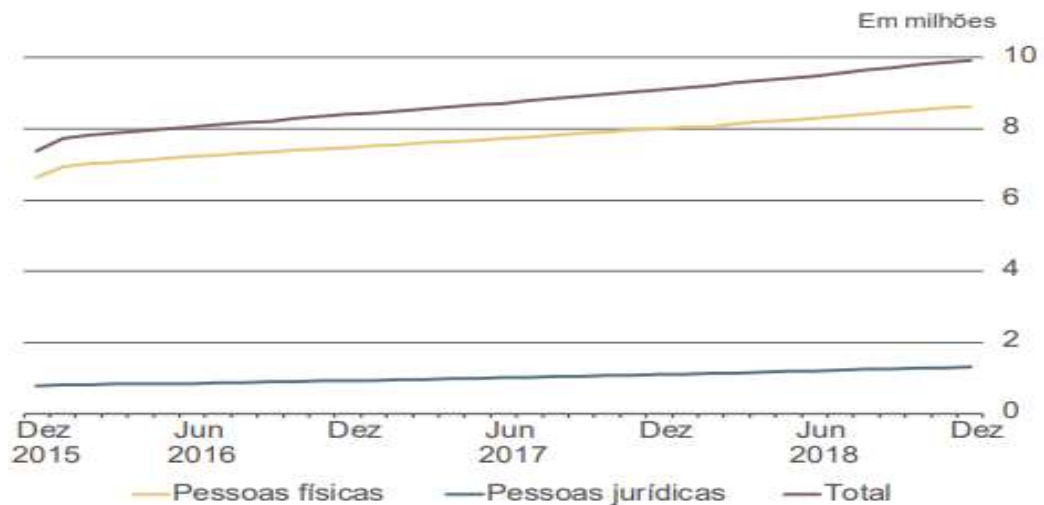
Fonte: Santos(2009)

Pinheiro (2008) destaca ainda que o cooperativismo de crédito no Brasil respondia, em dezembro de 2006, por aproximadamente 2,3% das operações de crédito realizadas no âmbito da área bancária do Sistema Financeiro Nacional (SFN). Ao fim de 2018, a carteira de crédito do Sistema Nacional de Crédito Cooperativo (SNCC)¹ representa 7,9% do estoque de Crédito Varejo do SFN (BCB, 2018).

Segundo dados do BCB, em 2018 a quantidade de cooperados atingiu 9,9 milhões, com crescimento de 9%, alta pouco maior que a verificada em 2017, quando variou cerca de 8%. Logo, as empresas continuam a ingressar em forte ritmo no segmento, com aumento de aproximadamente 18%, enquanto o número de pessoas físicas associadas cresceu quase 8%.

¹ O Sistema Nacional de Crédito Cooperativo (SNCC), integrante do SFN, é constituído por: cooperativas singulares de crédito, cooperativas centrais de crédito, confederações de cooperativas de crédito e bancos cooperativos (BRASIL, 2009).

Gráfico 2 – Evolução da quantidade de cooperados ativos nas cooperativas de crédito do Brasil, por tipo.



Fonte: SNCC/Documento 5300²

O ciclo de crescimento da carteira de crédito do SNCC intensificou-se em 2018, em alinhamento com o atual movimento de recuperação da economia. O crescimento anual atingiu 23% em dezembro de 2018, em comparação com 7% do restante do SFN (BCB, 2018).

A agenda do BCB para 2022 almeja um aumento da participação das cooperativas no crédito concedido no SFN de 8% para 20% (BCB, 2019).

2.2 CLASSIFICAÇÃO DO RISCO DE CRÉDITO

De acordo com o Comitê de Supervisão Bancária de Basileia (BCBS), apesar de as instituições financeiras terem enfrentado dificuldades financeiras ao longo dos anos por diversos motivos, a má gestão do risco de crédito é a causa preponderante dessas dificuldades (BCBS, 1999).

Segundo o BCBS (1999), esta má gestão do risco de crédito está associada a fatores como: padrões de crédito pouco exigentes, gestão do risco do portfólio de crédito ineficiente, ou à não observância de mudanças na economia ou em outras circunstâncias que podem levar a uma deterioração do padrão de crédito adotado pelo banco.

² Documento utilizado pelo BCB para captar informações de cooperados. As cooperativas de crédito devem atualizar esses dados mensalmente segundo a CARTA CIRCULAR Nº 3.678, DE 12 DE NOVEMBRO DE 2014.

Visando estabelecer normas que propiciassem ao SFN maior solidez e seguridade no âmbito das operações de crédito, o BACEN instituiu a resolução nº 2.682 em 21 de dezembro de 1999 na qual está estabelecido que as instituições financeiras por ele autorizadas a funcionar devem classificar as operações de crédito, em ordem crescente de risco, nos níveis apresentados no quadro a seguir:

Quadro 2 – Classificações de risco segundo a resolução BACEN 2.682/99

| Resolução 2.682/99 | |
|---------------------------|-----------|
| Níveis de Risco | |
| I | AA |
| II | A |
| III | B |
| IV | C |
| V | D |
| VI | E |
| VII | F |
| VIII | G |
| IX | H |

Fonte: BACEN

Ainda segundo art. 2º dessa resolução, tal classificação deve se basear em critérios consistentes e verificáveis, amparada por informações internas e externas, contemplando, pelo menos, os seguintes aspectos relativos ao tomador e seus garantidores:

[...] a) situação econômico-financeira; b) grau de endividamento; c) capacidade de geração de resultados; d) fluxo de caixa; e) administração e qualidade de controles; f) pontualidade e atrasos nos pagamentos; g) contingências; h) setor de atividade econômica; i) limite de crédito; (BACEN, 1999. Art. 2º, Inciso I)

E, em relação às operações, contemplar informações relativas a:

[...] a) natureza e finalidade da transação; b) características das garantias, particularmente quanto à suficiência e liquidez; c) valor. (BACEN, 1999. Art. 2º, Inciso II)

Vale salientar que a instauração de tal resolução era já amparada pelo Sistema de Operações de Crédito do Banco Central (SCR). O SCR foi instituído pela resolução nº 2.390 de 22 de abril de 1997 e trata-se de um instrumento de registro e consulta às informações

utilizado pela supervisão bancária para acompanhar as carteiras e tomadores de crédito, o montante das operações de crédito e responsabilidades por garantias contraídas de pessoas físicas e jurídicas perante instituições financeiras no país (BACEN). Segundo o BACEN, o principal objetivo do SCR é de prover o Banco Central de informações precisas e sistemáticas sobre as operações de crédito contratadas pelas instituições financeiras com o propósito de proteger os recursos depositados pelos cidadãos nestas mesmas instituições. Além disso, o SCR é utilizado pelas instituições financeiras, desde que com autorização específica de seus clientes, para avaliação da capacidade de pagamento dos próprios.

A resolução nº 2.682 (BACEN, 1999, p. 5) evidencia também que:

Art. 10. As instituições devem manter adequadamente documentadas sua política e procedimentos para concessão e classificação de operações de crédito, os quais devem ficar à disposição do Banco Central do Brasil e do auditor independente. [...] A documentação [...] deve evidenciar, pelo menos, o tipo e os níveis de risco que [a instituição financeira] se dispõe a administrar, os requerimentos mínimos exigidos para a concessão de empréstimos e o processo de autorização.

É observável que ao tornar obrigatório o estabelecimento de *ratings* de crédito, o BACEN se compromete a monitorar o nível de risco do crédito concedido pelas instituições financeiras por ele fiscalizadas.

Amaral Júnior e Távora Júnior (2010) afirmam que para captar a estocasticidade inerente ao risco de crédito e às variáveis inseridas no seu cálculo as instituições financeiras em geral, sejam elas reguladoras ou ofertantes de crédito, fazem uso de modelos estocásticos. Como o tomador irá liquidar o empréstimo por meio de seus proventos, “um olhar mais atento e científico sobre a evolução da sua situação financeira pode indicar quais serão as possibilidades futuras de ocorrer ou não um calote”. (AMARAL JÚNIOR; TÁVORA JÚNIOR, 2010, p. 145)

2.3 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Segundo Taylor e Karlin (1998), a palavra "estocástico" deriva do grego *στοχαστικό* e significa "aleatório" ou "chance". O antônimo de estocástico nos direciona ao significado "certo", ou ainda "determinístico". Um modelo determinístico prevê um único resultado de um determinado conjunto de circunstâncias, já um modelo estocástico, prevê um conjunto de possíveis resultados ponderados por suas probabilidades ou probabilidades.

Os processos estocásticos podem ser classificados como (MATT; ANDRADE, 2017):

- **Em relação ao estado:**

- Estado discreto (cadeia): $\{X_t\}$ é definido sobre um conjunto enumerável ou finito.
- Estado contínuo: $\{X_t\}$ é definido sobre um conjunto não enumerável e infinito.

- **Em relação ao tempo:**

- Tempo discreto (estágio): t é finito ou enumerável.
- Tempo contínuo: t é infinito e não enumerável.

- **Notação:**

- Processo em tempo discreto: $\{X_t, t = 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- Processo em tempo contínuo: $\{X_t, t \geq 0\}$.

Em que $\{X_t\}$ é um conjunto indexado de variáveis aleatórias (processo estocástico) e t trata-se de um índice que percorre dado caminho T . Normalmente, admite-se que T seja o conjunto de inteiros não-negativos e X_t represente uma característica mensurável de interesse no instante t (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

Os resultados obtidos por Wolff e Abreu (2019) demonstram a possibilidade de aplicação de um processo estocástico denominado como Cadeia de Markov como ferramenta de prevenção dentro da gestão de riscos em situações que envolvam mudança de estados, ou seja, eventos aleatórios em sua cadeia.

2.3.1 Processos de Markov

Um processo de Markov trata-se de um processo estocástico com a propriedade de que a probabilidade de qualquer comportamento futuro particular do processo, quando seu estado atual é conhecido exatamente, dependem apenas do estado atual e não em qualquer outro estado que o precedeu (TAYLOR; KARLIN, 1998). Essa propriedade é conhecida como propriedade da falta de memória ou propriedade markoviana (MATT; ANDRADE, 2017).

Os processos markovianos são modelados formalmente pelas cadeias de Markov, que são sistemas de transições de estados (com tempo e estados discretos), onde os estados são representados em termos de seus vetores probabilísticos, que podem variar no espaço temporal (discreto ou contínuo), e as transições entre estados são probabilísticas e dependem apenas do estado corrente (GRIGOLETTI, 2011).

Os modelos de Markov são amplamente utilizados na saúde para avaliação de doenças pois permite considerar o paciente em um número finito de estados de saúde discretos no qual os eventos clínicos consideráveis são modelados como transições de um estado para o outro (SATO; ZOUAIN, 2010). Ainda sobre os modelos de Markov, Sato e Zouain (2010) fazem uma revisão da sua utilização aplicada à saúde, porém afirmam em contraponto que esse tipo de modelagem é amplamente utilizado também em estudos de diversas ciências como: biologia, matemática, química, ciências sociais, música, internet, química e física.

Teixeira et. al (2007) avaliaram a dinâmica de uma floresta não perturbada e realizaram projeções da dinâmica florestal utilizando cadeias de Markov e concluíram que esse trata-se de um eficiente instrumento para projetar a dinâmica da floresta natural, contribuindo para o planejamento em curto prazo das atividades que utilizam os recursos florestais.

Nascimento (2009) buscou fornecer um material teórico e prático sobre os principais métodos de simulação de Monte Carlo via cadeias de Markov, obtendo resultados satisfatórios e computacionalmente viáveis.

Por outro lado, o trabalho de Keller Filho, Zullo Junior e Lima (2006) foi de verificar se as ocorrências de dias secos e chuvosos são condicionalmente dependentes da sequência dos três dias secos e chuvosos anteriores. Através de uma cadeia não-homogênea de Markov de terceira ordem, foi evidenciado que, na zona estudada, as ocorrências diárias de chuva são condicionalmente dependentes da sequência de dias secos e chuvosos nos três dias anteriores.

2.3.2 Processos de Markov em tempo discreto (Cadeias de Markov)

Precisamente, consoante Atuncar (2011), determinado processo estocástico é uma cadeia de Markov de primeira ordem se, para todo t :

$$P(X_{t+1} = j | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_t = i) = P(X_{t+1} = j | X_t = i). \quad (2.1)$$

Segundo Atuncar (2011), pode-se observar através da expressão demonstrada em (1) que a distribuição condicional de X_{t+1} , dada a história do processo, depende unicamente do estado presente do processo $\{X_t\}$.

De forma simplificada, a expressão a qual podemos definir a **probabilidade de transição**, em n passos, do estado i para o estado j :

$$p_{ij}^{(n)} = P(X_{t+n} = j | X_t = i). \quad (2.2)$$

Hillier e Lieberman (2006) comentam ainda que, como $p_{ij}^{(n)}$ são probabilidades condicionais, elas necessitam ser não-negativas, e, já que o processo deve realizar uma transição para algum estado, elas devem satisfazer as seguintes propriedades:

$$p_{ij}^{(n)} \geq 0, \quad \text{para todo } i \text{ e } j; n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=0}^M p_{ij}^{(n)} = 1, \quad \text{para todo } i \text{ e } j; n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

Discorrendo ainda acerca das características das cadeias de Markov, Silva (2010) define uma Cadeia de Markov como sendo **homogênea** ou **estacionária** no tempo se a probabilidade

de transição entre estados é independente do tempo em que o passo é dado. Matematicamente, essa relação é dada por:

$$P\{X_{t+n} = j \mid X_t = i\} = P\{X_n = j \mid X_0 = i\} \quad (2.6)$$

Deste modo, as probabilidades de transição podem ser expressas na forma matricial (MATT; ANDRADE, 2017), conforme mostrado a seguir:

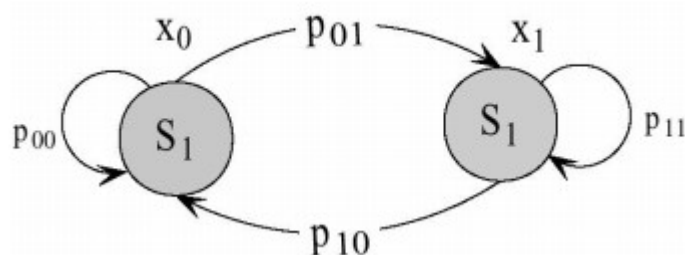
$$P^{(n)} = \begin{array}{c} \mathbf{Estados} \\ \mathbf{1} \\ \vdots \\ \mathbf{m} \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{1} \quad \dots \quad \mathbf{m} \\ \left[\begin{array}{ccc} p_{11}^{(n)} & \dots & p_{1m}^{(n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}^{(n)} & \dots & p_{mm}^{(n)} \end{array} \right] \end{array} \quad (2.7)$$

Onde:

n = estágio da transição;

m = número total de estados alcançáveis.

Gráfico 3 – Exemplo de diagrama da matriz de transição entre estados de uma cadeia de Markov



Fonte: Grigolleti

O valor das probabilidades de transição entre estados pode ser definido como o número de transições por unidade de tempo, estimado por intermédio do quociente entre o número de elementos que transitam do estado i para o estado j , N_{ij} , num determinado período de tempo, e o número de elementos cujo estado inicial era i , N_i , traduzida pela expressão (NG; MOSES, 1996):

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \quad (2.8)$$

Supondo-se a estacionariedade das probabilidades, ou seja, supondo que as probabilidades de transição entre os estados são independentes do tempo em que os passos são dados, podem-se representar as matrizes de probabilidades em estágios mais avançados com base na multiplicação de matrizes em estágios menores, conforme mostrado a seguir:

$$P^n = P^{(n-1)}P = P^{(n-2)}P^{(2)} = P^{(n-3)}P^{(3)} = \dots = P^{(n-k)}P^{(k)} \quad (2.9)$$

A expressão matricial (2.9) pode ser reescrita, em relação a seus elementos, da seguinte forma:

$$p_{ij}^n = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(n-1)} p_{kj}^{(1)} = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(n-2)} p_{kj}^{(2)} = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(n-3)} p_{kj}^{(3)} = \dots = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(n-r)} p_{kj}^{(r)} \quad (2.9)$$

para todo $i, j = 1, 2, \dots, M$ e quaisquer n e r , desde que $n > r$. A equação (2.9) é chamada **equação de Chapman-Kolmogorov**, que representa um método para cálculo das probabilidades de transição em n etapas (MATT; ANDRADE, 2017).

Assim, conhecendo o vetor de probabilidades $p(t_i)$ relativo aos vários estados de condição num instante inicial t_i e a matriz de transição em n etapas, é possível estimar o desempenho futuro para um instante final t_f , obtendo o vetor de probabilidades final $p(t_f)$ (SCHERER; GLAGOLA, 1994):

$$p(t_f) = p(t_i) P^{(n)} \quad (2.10)$$

Em que:

$$p(t) = \{ p_1, p_2, p_3, \dots, p_N \} \quad (2.11)$$

Admitindo $p_t \leq 1$ e que $\sum p_t = 1$.

2.4 ESTUDOS ANTERIORES

É possível encontrar diferentes estudos realizados que utilizam do arcabouço dos processos de Markov para análises do risco de crédito, como apresentado na tabela a seguir:

Quadro 3 – Principais estudos realizados sob a ótica dos processos de Markov no risco de crédito.

| | Título | Autor(es) | Objetivo Geral | Principais Resultados |
|---|---|---------------------------------|--|--|
| 1 | A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads. | Jarrow, Lando e Turnbull, 1997. | Fornecer um modelo de Markov para a estrutura a termo dos spreads de risco de crédito. O modelo utiliza o processo de falência seguindo uma cadeia de Markov de espaço de estado discreto nas classificações de crédito. | Esse modelo se mostrou útil para precificação e hedge de dívida corporativa com opções embutidas, para precificação e hedge de derivativos de balcão com risco de contraparte, para precificação e hedge de títulos públicos sujeitos a risco de inadimplência, por exemplo, para precificação e derivativos de crédito de hedge e para gerenciamento de riscos. |
| 2 | Cálculo da Loss Given Default no crédito à habitação com Cadeias de Markov. | Cruz, 2012. | Desenvolve um modelo e uma metodologia que possibilita o cálculo deste parâmetro (Loss Given Default) recorrendo a Cadeias de Markov. | Ao longo da exposição foi constatado que as Cadeias de Markov constituem um instrumento adequado para completar a informação necessária ao cálculo da Loss Given Default, cumprindo todas as |

| | | | | |
|---|--|----------------------|---|---|
| | | | | exigências que o acordo de Basileia II determina. |
| 3 | Modelo multi-estado de Markov em cartões de crédito. | Régis e Artes, 2008. | Analisar a aplicação do modelo multiestado de Markov na área de risco associado ao uso de cartões de crédito, características de transições entre diversos estados de relacionamento entre os clientes e as instituições ao longo do tempo e, com isso, gerar modelos de escore para diversos fins. | Modelos de regressão logística foram estimados e comparados com os resultados obtidos pelo modelo multiestado de Markov e constatou-se que os modelos de probabilidade de transição para inadimplência utilizando a matriz de transição do modelo multiestado, apresentaram resultados superiores aos obtidos pelos modelos de probabilidade de inadimplência através da regressão logística. |
| 4 | Análise do risco de crédito no uso do cartão de crédito. | Jantsch, 2017. | Mensurar a probabilidade de atraso nos pagamentos e posterior inadimplência como medida de análise do risco de crédito e de suporte a tomada de decisão em empréstimos de cartão de crédito para pessoas físicas em instituição financeira comercial. | Os resultados encontrados evidenciam que indivíduos se comportam de forma distinta em termos de utilização e manutenção das carteiras, o que permite atribuir características próprias aos usuários de maior risco pelos atributos selecionados neste estudo. |

Jarrow, Lando e Turnbull, (1997) concluíram que os processos de Markov se mostrou útil para precificação e hedge de dívida corporativa com opções embutidas, para precificação e hedge de derivativos de balcão com risco de contraparte, para precificação e hedge de títulos públicos (estrangeiros) sujeitos a risco de inadimplência (por exemplo, títulos municipais), para precificação e derivativos de crédito de hedge e para gerenciamento de riscos.

Cruz (2012), concluiu que as Cadeias de Markov constituem um instrumento adequado para completar a informação necessária ao cálculo da *Loss Given Default*, cumprindo todas as exigências que o acordo de Basileia II determina.

No mesmo sentido, Régis e Artes (2008) convencionaram que os modelos de probabilidade de transição para inadimplência utilizando a matriz de transição do modelo multiestado, apresentaram resultados superiores aos obtidos pelos modelos de probabilidade de inadimplência através da regressão logística.

Jantsch (2017) afirma que os resultados encontrados evidenciam que indivíduos se comportam de forma distinta em termos de utilização e manutenção das carteiras, o que permite atribuir características próprias aos usuários de maior risco pelos atributos selecionados neste estudo.

3. METODOLOGIA

Neste t3pico ser3o expostos tanto a metodologia a ser empregada quanto os dados que ser3o utilizados para obten3o dos resultados desta pesquisa.

3.1. ESTIMA3O DA MATRIZ DE MIGRA3O DE RATINGS

Usualmente, segundo Matt e Andrade (2017), as estimativas tradicionais de migra3o de *ratings* tem como base as cadeias de Markov em tempo discreto considerando o pressuposto de homogeneidade temporal. Esse m3todo, conhecido tamb3m como *Cohort Method* consiste em derivar uma fun3o de verossimilhan3a de m distribu3es multinomiais independentes. A fun3o de verossimilhan3a tem a seguinte formula3o:

$$\prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^m p_{ij}^{N_{ij}}$$

Barboza (2019) demonstra que o estimador de m3xima verossimilhan3a para a probabilidade de transi3o, a partir da fun3o anteriormente citada, 3 dado por:

$$p_{ij} = \frac{N_{ij}^{Final}}{N_i^{Inicial}} \quad (3.1)$$

Onde:

p_{ij} = Probabilidade de transi3o do risco i para o risco j .

N_{ij} = N3mero de tomadores que det3m risco i no per3odo inicial e migram para o risco j no per3odo final.

N_i = N3mero total de tomadores que det3m o risco i no per3odo inicial.

3.2. DADOS UTILIZADOS

Como já exposto anteriormente, o presente trabalho buscará aplicar as cadeias de Markov a fim de estimar como se dará a evolução dos *ratings* dos tomadores de crédito de determinada carteira de crédito em períodos subsequentes.

Para tanto, foi selecionada para realização do estudo uma cooperativa de crédito da cidade de João Pessoa – PB que detém como cooperados servidores públicos do estado da Paraíba e empresários da região do litoral paraibano, que a seu pedido não será revelada e cujas informações foram coletadas por meio de visitas. Sendo coletados os *ratings* de 1.903 proponentes de crédito, conforme a resolução 2.682/99 do BACEN, em dois meses distintos: fevereiro de 2019 e março de 2019.

3.3. ETAPAS METODOLÓGICAS

- 1) A partir da utilização da fórmula 3.1, foi estimada a matriz das probabilidades de transição entre os *ratings*, utilizando-se das migrações ou permanências de risco observadas entre os períodos analisados.
- 2) A partir das probabilidades de todas as possibilidades de transições entre os riscos existentes no banco de dados, e supondo que as probabilidades de transição são estacionárias, será obtida a matriz de transição a qual será denominada P_{Riscos} .
- 3) O estado inicial de probabilidades será dado por um vetor que representa a proporção de tomadores em cada risco sobre o total de tomadores, analisados a partir da base de dados mais atual. Será dado por:

$$R_t^0 = \frac{\text{Número de tomadores no risco } t}{\text{Número total de tomadores}} \quad (3.2)$$

$$\mu_0 = \{R_t^0, \dots, R_T^0\} \quad (3.3)$$

Onde:

μ_0 = Vetor de probabilidade por *rating* de crédito em um instante inicial.

R_t^0 = Proporção de tomadores de crédito que possuem o risco t em um instante inicial.

- 4) Com essas informações, será estimado estocasticamente como se comporta a proporção de tomadores de crédito em cada um dos t riscos para n períodos subsequentes. Para tal, temos que:

$$\mu_n = \mu_0 \times P_{Riscos} \quad (3.4)$$

Onde:

μ_n = Vetor de probabilidade por *rating* de crédito no instante n .

μ_0 = Vetor de probabilidade por *rating* de crédito em um instante inicial.

$P_{Riscos}^{(n)}$ = Número total de tomadores que detém o risco i no período inicial.

- 5) Para tanto, foram utilizados um software de edição de planilhas para manipulação inicial dos dados e o software estatístico, de acesso livre, denominado “R” para cálculos matriciais necessários.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A presente secção expõe os resultados analisados na carteira de tomadores de crédito da cooperativa de crédito analisada, referentes as projeções realizadas com base na carteira de tomadores de crédito. Na tabela abaixo são apresentadas a distribuição dos tomadores de crédito por risco para o mês de março de 2019.

Tabela 1 – Tomadores de crédito e seus respectivos riscos em março de 2019.

| Risco | Quantidade | (%) |
|--------------|-------------------|----------------|
| AA | 16 | 0,84% |
| A | 45 | 2,36% |
| B | 639 | 33,58% |
| C | 294 | 15,45% |
| D | 438 | 23,02% |
| E | 155 | 8,15% |
| F | 70 | 3,68% |
| G | 123 | 6,46% |
| H | 123 | 6,46% |
| Total | 1903 | 100,00% |

Fonte: Elaboração própria

Os dados da tabela 1 demonstram que cerca de 52% dos tomadores de crédito da carteira em questão estão situados entre os riscos AA, A, B e C. Em complemento a essa informação, observa-se que 48% dos tomadores situam-se entre os riscos D, E, F, G e H. Isto significa que a cooperativa de crédito está exposta a um risco considerável, em virtude de aproximadamente 48% de seus cooperados estarem situados entre os 5 níveis de risco de crédito mais arriscados.

Com base na metodologia anteriormente apresentada, a matriz de migração de ratings a seguir mostra as probabilidades de transições entre os ratings para o período analisado.

Tabela 2 – Matriz de transição de ratings dos tomadores de crédito (%).

| Rating Inicial | Rating ao fim do mês seguinte (%) | | | | | | | | | |
|----------------|-----------------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|------|
| | AA | A | B | C | D | E | F | G | H | |
| AA | 100,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| A | 0,00 | 100,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B | 0,14 | 0,00 | 91,75 | 1,45 | 3,62 | 1,30 | 0,29 | 0,87 | 0,58 | |
| C | 0,00 | 0,00 | 1,02 | 96,59 | 0,00 | 0,00 | 0,34 | 1,02 | 1,02 | |
| D | 0,00 | 0,00 | 0,48 | 0,24 | 98,10 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,48 | |
| E | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,67 | 97,32 | 0,00 | 1,34 | 0,67 | |
| F | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 98,51 | 1,49 | 0,00 | |
| G | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 96,49 | 3,51 | |
| H | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 100,00 | |

Fonte: Elaboração própria.

Verifica-se que a diagonal principal da matriz apresenta os valores mais elevados de todo conjunto de probabilidades, não obtendo valores menores que 90%. Isso, praticamente, significa que a probabilidade de que a grande maioria dos tomadores permaneçam no risco que iniciaram é muito maior do que a probabilidade de que eles migrem para outros estados de risco.

Algumas probabilidades da matriz de migração possuem valor igual a zero, o que acontece por não serem observadas mudanças de estados entre essas categorias de risco. Logo, os produtos matriciais entre os estados de transição estimados e a distribuição inicial da carteira resultará na distribuição dos ratings entre os riscos presentes para os próximos períodos, como apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Composição da carteira ao longo dos períodos posteriores.

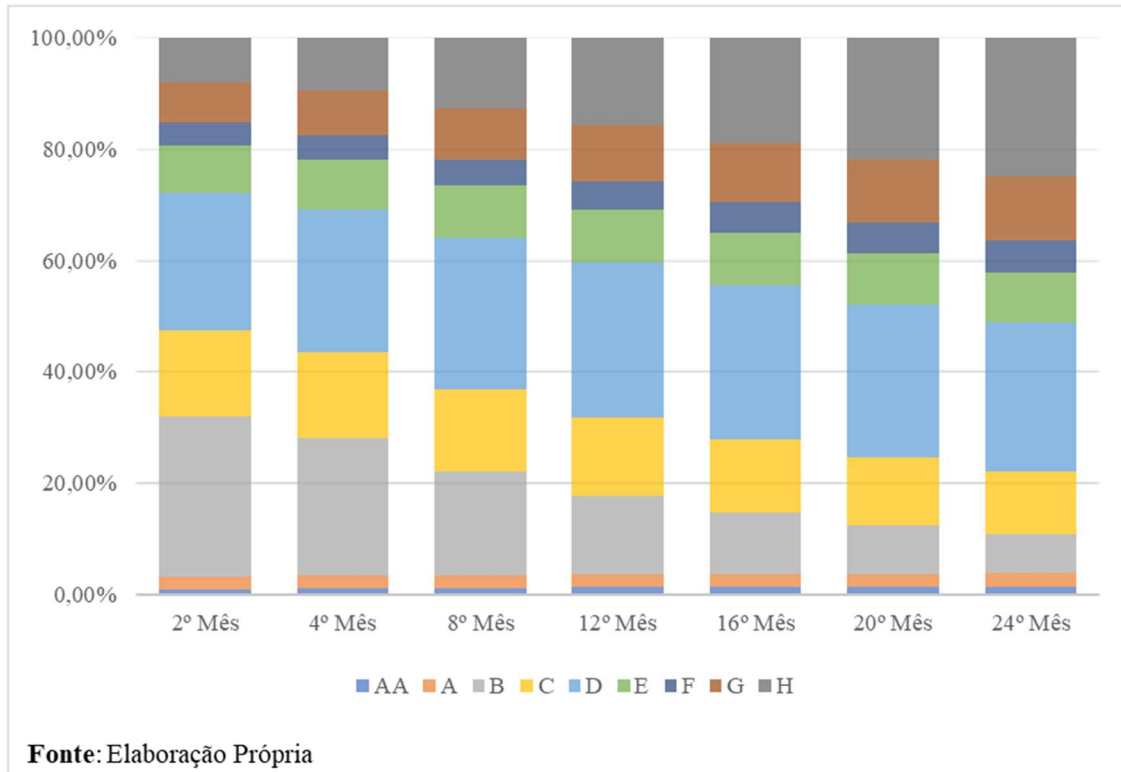
| | AA | A | B | C | D | E | F | G | H |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Mês inicial | 0,0084 | 0,0236 | 0,3358 | 0,1545 | 0,2302 | 0,0815 | 0,0368 | 0,0646 | 0,0646 |
| 2° Mês | 0,0093 | 0,0236 | 0,2878 | 0,1544 | 0,2457 | 0,0865 | 0,0397 | 0,0732 | 0,0796 |
| 4° Mês | 0,0101 | 0,0236 | 0,2476 | 0,1531 | 0,2575 | 0,0903 | 0,0423 | 0,0806 | 0,0948 |
| 8° Mês | 0,0114 | 0,0236 | 0,1854 | 0,1478 | 0,2721 | 0,0945 | 0,0469 | 0,0927 | 0,1256 |
| 12° Mês | 0,0124 | 0,0236 | 0,1412 | 0,1403 | 0,2780 | 0,0956 | 0,0505 | 0,1015 | 0,1567 |
| 16° Mês | 0,0131 | 0,0236 | 0,1097 | 0,1317 | 0,2779 | 0,0947 | 0,0534 | 0,1079 | 0,1878 |
| 20° Mês | 0,0137 | 0,0236 | 0,0870 | 0,1227 | 0,2739 | 0,0925 | 0,0558 | 0,1122 | 0,2185 |
| 24° Mês | 0,0142 | 0,0236 | 0,0706 | 0,1136 | 0,2673 | 0,0895 | 0,0575 | 0,1148 | 0,2488 |

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 3, apresentada anteriormente, exhibe numericamente a evolução da carteira em 24 meses. Em que, o risco AA, considerado pelo BACEN como o tomador menos arriscado para se emprestar recursos, teve um incremento médio de aproximadamente 9% por mês, isso

significa ao longo dos 24 meses um incremento de aproximadamente 70% em relação a proporção de tomadores inicialmente existentes. Observa-se ainda que, os tomadores pertencentes ao risco *A* se aproximam cada vez mais de alcançarem um estado estacionário, ou seja, mantém sua proporção independentemente do número de períodos decorridos.

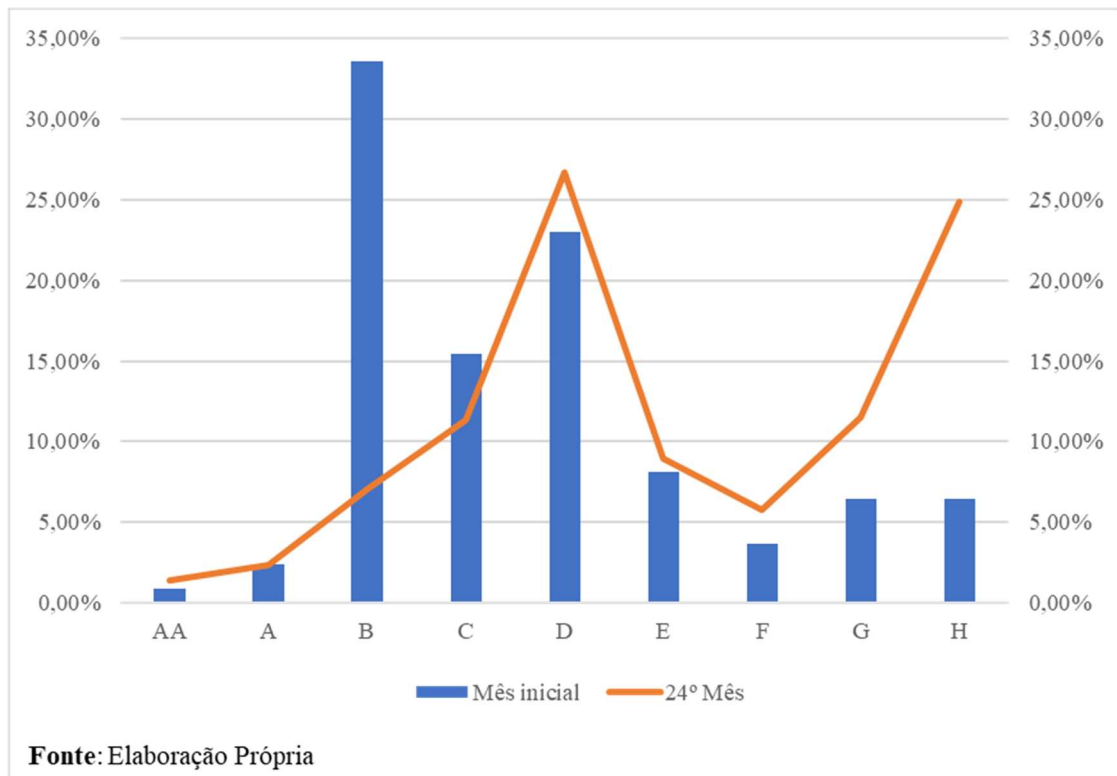
Gráfico 4 – Composição da carteira ao longo de n meses.



Os tomadores que possuíam o risco *C* sofreram um decremento médio de cerca de 13% ao mês ao longo de cada mês, representando um decremento total de aproximadamente 79% nos 24 meses. Os tomadores detentores do risco *D* e *E* sofreram com acréscimos na sua proporção até o 12º mês, a partir daí os decréscimos foram regulares.

O grupo mais arriscado da carteira de tomadores, que são representados pelos tomadores com maior probabilidade de se tornarem inadimplentes (riscos *F*, *G* e *H*), deteve um expressivo aumento com destaque para os tomadores do risco *H*: a proporção de tomadores de crédito de risco *H* quase triplicou (aumento aproximado de 290%) 24 meses após a data inicial.

Gráfico 5 – Comparação entre a composição inicial e a composição no 24º mês.



O Gráfico 2 demonstra uma comparação entre a carteira em um estado inicial, e a mesma carteira projetada através das cadeias de Markov para o 24º período posterior. Nota-se intuitivamente que há fortes indícios de que a carteira de crédito composta pelos 1.903 proponentes de crédito estudados possa se tornar insustentável à longo prazo, visto que há uma tendência que os riscos migrem níveis de *rating* que beiram a inadimplência.

5. CONCLUSÃO

Os serviços financeiros prestados por cooperativas de crédito veem cada vez mais sendo buscados pelos proponentes de crédito, decorrente da vantagem competitiva de prática de taxas menores, quando relacionadas com os grandes bancos comerciais. Essa disputa entre bancos e cooperativas de crédito revela a extrema importância da gestão e gerenciamento do risco de crédito quanto a qualidade dos proponentes por crédito que possuem relacionamento com as instituições, de forma que, quanto maior a possibilidade de controle sobre a inadimplência, melhores serão as chances de bons resultados para as instituições.

Conforme visto, no presente trabalho foi aplicado um modelo multi-estados, denominado por Cadeias de Markov em tempo discreto, para analisar o processo de transições de ratings dos tomadores de crédito de uma cooperativa financeira em João Pessoa-PB. Uma carteira composta por riscos de tomadores de crédito avizinha-se do modelo proposto visto que os ratings dos proponentes de crédito desenvolvem-se como uma sequência de estados que transitam entre 9 níveis de risco: sendo o risco *AA* para os clientes com probabilidade de inadimplência maior, e *H* para os clientes que avizinham-se da probabilidade de inadimplência.

Estes *ratings* de risco são alterados entre os 9 estados mediante a renovação de determinados fatores, como: situação econômico-financeira, grau de endividamento, capacidade de geração de resultados, fluxo de caixa, pontualidade e atrasos nos pagamentos, entre outros. Possíveis medidas que auxiliariam na mitigação do risco apresentado no caso estudado podem ser elencados como:

- **Programas de premiação e incentivo a bons pagadores:** programas de fidelidade para aqueles que possuem pagamentos em dia e programa de descontos para antecipação dos recebíveis.
- **Clusterização de clientes inadimplentes:** separação e tratamento estratégico dos inadimplentes por clusters. Inadimplência recorrente, inadimplência esporádica e inadimplência ocasional são clusters que podem sinalizar e evitar possíveis padrões de perdas futuras.

Verifica-se a relevância social desse estudo, pois, o mesmo pode ter ampla aplicabilidade em diversos processos do mercado financeiro, como: acompanhamento de desempenho financeiro ou auditorias de instituições financeiras, definição de políticas de

prevenção à inadimplência e auxílio no controle da provisão de créditos de liquidação duvidosa (se aplicado diretamente aos ratings de operações de crédito).

Faz-se necessário o aprofundamento do estudo utilizando um processo de Markov em tempo contínuo, pois, pode-se aumentar a quantidade de informações e se estimar uma matriz de transição que capta um número maior de mudanças entre os estados. A utilização de simulações para geração de grandes números de amostras de riscos como a simulação de Monte Carlo pode ser utilizada em estudos futuros afim de aproximação da realidade e comparação com os dados obtidos nesse trabalho.

Houveram algumas limitações encontradas na realização do presente estudo. Pode-se destacar como uma das principais limitações o tamanho reduzido da amostra temporal disponibilizada para a realização das projeções. Em trabalhos futuros pode-se utilizar uma amostra temporal maior afim de tornar a análise mais robusta. O presente estudo de caso também não considera as peculiaridades de outras cooperativas de crédito para fins de comparação, o que pode ser considerado em estudos subsequentes.

Vale salientar que este é um modelo que não é apresentado como um único norteador de decisões, mas sim, como um modelo complementar à outras metodologias de controle e mitigação do risco de crédito, com o intuito de trazer ao processo decisório uma análise mais robusta e um processo de decisão mais seguro e preciso.

REFERÊNCIAS

- AMARAL JÚNIOR, J. B.; TÁVORA JÚNIOR, J. L. **Uma análise do uso de redes neurais para a avaliação do risco de crédito de empresas**. Revista do BNDES, n. 34, p. 133-180, Rio de Janeiro, 2010.
- ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014.
- ATUNCAR, G. S. **Conceitos básicos de processos estocásticos**. Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Minas Gerais, pp. 1-83, 2011.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Agenda BC – Cooperativismo de Crédito**. 2019. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/conteudo/home-ptbr/TextosApresentacoes/Apresenta%C3%A7%C3%A3o_Presidente_RCN_Cooperativismo_25_6_2019.pdf> Acesso em: 29/02/2020.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Panorama do sistema nacional de crédito cooperativo**. 2018. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/content/estabilidadefinanceira/coopcredpanorama/9_panorama_sncc_2018.pdf> Acesso em: 11/08/2019.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Resolução 2.682/99**. Brasília, 1999. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/busca/downloadNormativo.asp?arquivo=/Lists/Normativos/Attachments/44961/Res_2682_v2_P.pdf>. Acesso em: 08/08/2019.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Sistema de Informações de Crédito – SCR**. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/fis/crc/ftp/Informa%C3%A7%C3%B5esPreliminares-SCR_v1.pdf>. Acesso em: 15/08/2019.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Ata da 228ª reunião do Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil**. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/content/copom/atascopom/Copom228-not20200205228.pdf>>. Acesso em: 29/02/2020.
- BARBOZA, F. L.; **Cadeias estocásticas com memória de alcance variável** / Félix Lopes Barboza. - 2019. Monografia (Bacharelado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Departamento de Estatística. Natal, 2019.

BCBS - BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. **Principles for the management of the credit risk. Consultative paper issued by the Basel Committee on Banking Supervision.** Switzerland, 1999. Disponível em: <<http://www.bis.org/publ/bcbs54.htm>>. Acesso em: 15/08/2019.

BRASIL. **Lei complementar nº 130, de 17 de abril de 2009.** Dispõe sobre o sistema nacional de crédito cooperativo e revoga dispositivos das Leis nos 4.595, de 31 de dezembro de 1964, e 5.764, de 16 de dezembro de 1971, 2009. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/Lcp130.htm>. Acesso em: 18/08/2019.

BRASIL. **Lei nº 5.764, de 16 de dezembro de 1971.** Define a Política Nacional de Cooperativismo, institui o regime jurídico das sociedades cooperativas, e dá outras providências. 1971.

BRAZDA, J.; SCHEDIWY, R. **Esbozo histórico de las cooperativas de consumo.** CIRIEC-España, Revista de Economía Pública, Social y Cooperativa. (44), 2003. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17404404>>. Acesso em: 11/08/2019.

BRESSAN, V. G. F.; BRAGA, M. J.; BRESSAN, A. A.; RESENDE FILHO, M. A. **Uma aplicação do sistema PEARLS às cooperativas de crédito brasileiras.** Revista de Administração (FEA-USP), v. 46, n. 3, p.258-274, jul./ago./set. 2011.

BUENO, V. F. F. **Avaliação de risco na concessão de crédito bancário para micros e pequenas empresas.** Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/13933/1/MSS26032019.pdf>>. Acesso em: 01/09/2019.

CAOQUETTE, J.; ALTMAN, E.; NARAYANAN, P. **Managing Credit Risk – The Next Great Financial Challenge.** John Wiley & Sons, Inc. New York, 1998.

COOPAGRICOLA. **Educação Cooperativa.** Disponível em: <http://www.coopagricola.com.br/educacaocooperativa/>. Acesso em 11/08/2019

CROUHY, M.; GALAI, D.; MARK, R. **A comparative analysis of current credit risk models.** pp. 59-119. Journal of Banking and Finance, 2000.

- CRUZ, J.; **Cálculo da Loss Given Default no Crédito à Habitação com Cadeias de Markov.** Tese de Mestrado - Instituto Superior de Estatística e Gestão - Universidade Técnica Lisboa, 2012.
- EVANGELISTA, T. F.; SBARDELLATI, E. C. A. **A eficácia do crédito como canal de transmissão da política monetária no Brasil: estratégia de identificação da oferta e demanda de crédito.** 44º Encontro Nacional de Economia, ANPEC, Foz do Iguaçu, 2016. Disponível em: <https://www.anpec.org.br/sul/2016/submissao/files_I/i6-739d7fc978706d09290ef06c32573753.pdf>. Acesso em: 02/09/2019.
- GRIGOLETTI, P. S. **Cadeias de Markov.** Escola de Informática, Universidade Católica de Pelotas, pp. 1-8. (2011). Recuperado em: <https://www.researchgate.net/profile/Pablo_Grigoletti/publication/228747669_Cadeias_de_Markov/links/0deec5344683f96036000000/Cadeias-de-Markov.pdf>. Acesso em: 09/08/2019
- JARROW, R. A.; LANDO, D.; TURNBULL, S. M.; **A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads.** The Review of Financial Studies, volume 10, edição 10, páginas 481–523. 1997. Disponível em: <<https://academic.oup.com/rfs/article-abstract/10/2/481/1589160>>. Acesso em: 11/02/2020.
- JANTSCH, L. **Análise do risco de crédito no uso do cartão de crédito.** Dissertação (Mestrado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis. São Leopoldo. RS. 2017. Disponível em: <http://repositorio.jesuita.org.br/bitstream/handle/UNISINOS/6303/Leonardo%20Jantsch_.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 11/02/2020.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional.** 8 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.
- KELLER FILHO, T.; ZULLO JUNIOR, J.; LIMA, P. R. S. R. **Análise da transição entre dias secos e chuvosos por meio da cadeia de Markov de terceira ordem.** Pesquisa Agropecuária Brasileira, v. 41, n. 9, p. 1341-1349, 2006.
- LARANI, C. S.; JÚNIOS, L. A. L. **Classificando o risco de crédito através de rating: uma nova realidade para as instituições financeiras brasileiras.** Núcleo de Ensino, Pesquisa e Consultoria em Finanças e Contabilidade (NUFI) – Centro de Pós-

- Graduação e Pesquisa em Administração, Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). 2000.
- MATT, R. T.; ANDRADE, L. B. **Metodologia de estimação de matrizes de migração de ratings incondicionais para carteiras com escassez de observações de transição de estados**. Revista do BNDES, n. 48, p. 53-102. Rio de Janeiro, 2017.
- NAMORADO, R. **Cooperativismo: histórias e horizontes**. Coimbra: Almedina. 2007. Disponível em: <<https://estudogeral.uc.pt/bitstream/10316/11091/1/Cooperativismo%20-%20hist%c3%b3ria%20e%20horizontes.pdf>>. Acesso em: 11/08/2019
- NG, S., & MOSES, F. **Prediction of service life using time-dependent reliability analysis**. Harding, JE, Parke, GA R and Ryall, MJ (eds) Bridge Management, 3. 1996.
- NASCIMENTO, M. **O uso de simulação de Monte Carlo via Cadeias de Markov no melhoramento genético**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Viçosa. 2009.
- NORRIS, J. R. **Markov Chains**: Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University: Cambridge. 1997.
- PERERA, L. C. J. **Utilização de Cadeias de Markov para Avaliação de Carteiras de Crédito**. São Paulo, III SemeAd, USP, 1998.
- PINHEIRO, M. A. H. **Cooperativas de crédito: história da evolução normativa no Brasil**. 6. ed. Brasília: BCB, 2008.
- REDUÇÃO de juros devem estimular atividade econômica, diz FIEP**. Agência FIEP. Curitiba, 01 de ago. de 2019. Disponível em: <<http://agenciafiep.com.br/2019/08/01/reducao-dos-juros-deve-estimular-atividade-economica-diz-fiep>>. Acesso em: 20/08/2019.
- RÉGIS, D. E.; ARTES, R. **Modelo multi-estado de marcação em cartões de crédito**. Relatório técnico, Insper .2008. Disponível em:< <https://core.ac.uk/download/pdf/6228682.pdf>>. Acesso em: 11/02/2020.
- REIS, B. S.; FONTES, E. A. **Análise da Eficiência Sócio Financeira de uma Cooperativa de Crédito de Minas Gerais**. Revista de Gestão e Organizações Cooperativas, v. 4, n. 8, 33- 46, 2017.

- RUTH, G. E.; **Empréstimos a pessoas jurídicas**. São Paulo: IBCB, 1991.
- SALES, J. E. **Cooperativismo: Origem e Evolução**. 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.cesg.edu.br/index.php/gestaoeengenharia/article/viewFile/30/23>> Acesso em: 09/08/2019.
- SATO, R. C.; ZOUAIN, D. M. **Modelos de Markov aplicados à saúde**. Einstein, v. 8, n. 3, p. 376-379, São Paulo. 2010.
- SCHERER, W. T., & GLAGOLA, D. M. **Markovian Models for Bridge Maintenance Management**. Journal of Transportation Engineering-Asce, pp. 37-51. 1994.
- SCHRINCKEL, W. **Análise de Crédito: concessão e gerência de empréstimos**. São Paulo: Atlas, 1997.
- SELAU, L. P. R.; RIBEIRO, J. L. D. **Uma sistemática para construção e escolha de modelos de previsão de risco de crédito**. Gest. Prod., São Carlos, v. 16, n. 3, p. 398-413, jul.-set. 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/gp/v16n3/v16n3a07>>. Acesso em: 01/09/2019
- SILVA, C. A. G. **Teoria da ruína em um modelo de Markov com dois estados**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Natal. 2010.
- SILVA, F. G. A. **Risco Bancário e Informação Assimétrica: Teoria e Evidência**. Porto Alegre: UFRGS, 2004.
- SOUSA, R. B. **Cooperativas de Crédito: do básico ao gerencial**. João Pessoa: Ed. Universitária. UFPB, 2006.
- TAYLOR, H. M.; KARLIN, S. **An introduction to stochastic modeling**. 3. ed. Academic Press: San Diego: 1998.
- TEIXEIRA, L. M.; CHAMBERS, J. Q.; SILVA, A. R.; LIMA, A. J. N.; CARNEIRO, V. M. C.; SANTOS, J. D.; HIGUCHI, N. **Projeção da dinâmica da floresta natural de Terra-firme, região de Manaus-AM, com o uso da cadeia de transição probabilística de Markov**. Acta Amazonica, v. 37, n. 3, p. 377-384, 2007.
- WOLFF, M.P.M.; ABREU, A.V. **Desenvolvimento de processos markovianos na gestão da construção civil**. REEC – Revista Eletrônica de Engenharia Civil, vol. 15, n. 1, 2019.

Disponível em: < <https://www.revistas.ufg.br/reec/article/view/51835/pdf>>. Acesso em: 09/08/2019

ZUCCHINI W.; MACDONALD, I. L. **Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R**. Chapman & Hall/RC: Boca Raton, 2009. <<http://www.periodicos.cesg.edu.br/index.php/gestaoeengenharia/article/viewFile/30/23>> Acesso em: 09/08/2019.