



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE FINANÇAS E CONTABILIDADE
CURSO DE CIÊNCIAS ATUARIAIS**

HALLYSON ALBERTO DE LIMA E SILVA

***ASSET LIABILITY MANAGEMENT (ALM) EM RPPS:*
uma análise do Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo/PB
(IPSEMC)**

JOÃO PESSOA - PB

2016

HALLYSON ALBERTO DE LIMA E SILVA

ASSET LIABILITY MANAGEMENT (ALM) EM RPPS:
uma análise do Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo/PB
(IPSEMC)

Monografia apresentada à banca examinadora como requisito da disciplina de TCC para conclusão do curso de graduação de Ciências Atuariais do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal da Paraíba/UFPB em cumprimento às exigências para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Profº Thiago Silveira

JOÃO PESSOA - PB

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586a Silva, Hallyson Alberto de Lima e.
Asset Liability Managment (ALM) em RPS: uma análise do
Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo – PB
(IPSEMC) / Hallyson Alberto de Lima e Silva . – João Pessoa, 2016.
62f. : il.

Orientador: Prof. Thiago Pereira.
Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Ciências Atuariais)
– UFPB/CCSA.

1. Asset Liability Managment - ALM. 2. Política de investimento.
3. Equilíbrio financeiro-atuarial. I. Título.

UFPB/CCSA/BS

CDU: 368(043.2)

HALLYSON ALBERTO DE LIMA E SILVA

**ASSET LIABILITY MANAGEMENT (ALM) EM RPPS:
uma análise do Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de
Cabedelo/PB (IPSEMC)**

Monografia, apresentada por Hallyson Alberto de Lima e Silva a banca examinadora para conclusão do curso de Ciências Atuariais do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal da Paraíba/UFPB para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

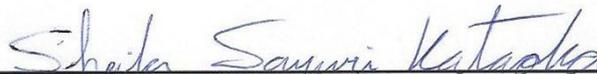
Monografia apresentada em 18/05/2016

BANCA EXAMINADORA



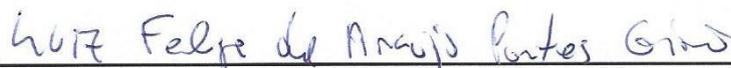
Prof. Thiago Silveira (Orientador)

Universidade Federal da Paraíba



Profa. Ma. Sheila Sayuri Kataoka (Examinadora)

Universidade Federal da Paraíba



Prof. Dr. Luiz Felipe de Araújo Pontes Girão (Examinador)

Universidade Federal da Paraíba

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me conceder a motivação e disposição que preciso para seguir no meu caminho como profissional e acadêmico.

Agradeço a minha noiva Amanda Paula Izidro Bezerra por todo o apoio durante a vida e auxílio nas inferências técnicas do corpo do trabalho.

Agradeço ao apoio de toda minha família e amigos em especial a Marcelo Maia Diniz, Edileuza Gomes, Luiz Augusto, Markus Vinícius, Anderson Magno e Zilzete pelos momentos de debates e confraternizações.

Aos professores de visão que passaram não só o conteúdo, mas ensinamentos e lições que servem para o futuro de qualquer aluno, em especial prof^o Luiz Felipe Pontes Girão por todo o incentivo a pesquisa, disciplina, conduta e oportunidades dadas aos alunos. Obrigado por ter escolhido essa profissão.

Ao professor Me Victor Hugo Diogenes pela orientação em grande parte deste trabalho na disciplina de TCC I, bem como ao Prof Thiago Silveira na segunda parte do trabalho nos apontamentos e direcionamentos finais.

“A diversificação é uma proteção contra a ignorância. Ela faz pouquíssimo sentido para quem sabe o que esta fazendo”.

(Warren Buffet)

RESUMO

A preocupação em identificar os riscos de descasamentos entre passivo atuarial e ativo com foco no saudável fluxo de pagamentos é típico do ramo de previdência, especificamente em planos de benefício definido. Neste propósito, a gestão de risco torna-se uma importante ferramenta no processo, com o objetivo de evitar o risco de descasamento entre ativo e o passivo e assim manter o equilíbrio financeiro-atuarial. A escolha de métodos de gestão em *Asset Liability Management* – ALM é tratada como uma prática de gerenciamento de negócios, crucial e relevante, para que os ativos e passivos possam ter um bom gerenciamento financeiro. Neste intuito, o trabalho simulou a aplicação do modelo de ALM em um RPPS municipal paraibano, a fim de que se possa dar uma contribuição na mitigação do risco de *deficit* atuarial no no instituto de previdência de Cabedelo, buscou-se responder ao desafio de encontrar qual a melhor alocação de ativos, visto a evolução do passivo atuarial ao longo do tempo, no intuito de buscar o equilíbrio financeiro-atuarial ativamente atingindo os critérios de retorno (rentabilidade dos ativos), liquidez (*Duration*) e imunização (risco da carteira). Os principais apontamentos revelam que um estudo prévio de macro-alocação dará ao gestor o norte do perfil da política de investimentos que o fundo irá adotar para os próximos exercícios tomando como *proxy* o que o passivo atuarial adota como meta. Assim haverá a possibilidade de imunizar os riscos inerentes as suas obrigações pelo uso do método de ALM definido pela política de investimento.

Palavras-chaves: ALM. Política de Investimento. Equilíbrio financeiro–atuarial.

ABSTRACT

The concern in identifying the risks of mismatches between actuarial liabilities and assets with a focus on healthy flow of payments is typical of the pension fund of social security, specifically in defined benefit plans. In this regard, risk management becomes an important tool in the process, in order to avoid the risk of mismatch between assets and liabilities and thus maintain the financial and actuarial balance. The choice of management methods in Asset Liability Management - ALM is treated as a business management practice, crucial and relevant, so that the assets and liabilities may have a good financial management. To this end, work simulated the implementation of the ALM model in municipality of Cabedelo City's RPPS, so that it can make a significant contribution in mitigating the risk of actuarial deficit in the state of Paraiba, sought to meet the challenge of finding what the best asset allocation, as the evolution of the actuarial liabilities over time, in order seek financial-actuarial balance actively hitting the return criteria (return on assets), liquidity (Duration) and immunization (portfolio risk). The main notes reveal that a previous study of macro-allocation will give the manager the profile of the investment policy the fund will adopt for the coming years taking as proxy which the actuarial liability takes a goal, so there will be the possibility of immunizing the risks inherent in their obligations by using the ALM method defined by the investment policy.

Keywords: ALM. Investment policy. Financial-actuarial balance.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1 - Fluxo de contribuições e benefícios para formação de reserva matemática de benefícios a conceder | 25 |
| FIGURA 2 - Situações comuns dos Planos de Previdência | 28 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| TABELA 1 – <i>Duration</i> das despesas com benefícios do plano projetada pela Inflação (2015 – 2164) | 39 |
| TABELA 2 – <i>Duration</i> das despesas com benefícios do plano (2015 – 2164)..... | 40 |
| TABELA 3 - Índice de Alocação | 40 |
| TABELA 4 – Títulos Públicos indexados a inflação em 31/12/2015 | 41 |
| TABELA 5 – <i>Duration</i> dos Títulos Públicos NTN-B..... | 42 |
| TABELA 6 – Participação dos títulos na carteira | 42 |
| TABELA 7 – Desvio Padrão e Covariância dos títulos NTN-B em 31/12/2015..... | 43 |
| TABELA 8 – Composição da rentabilidade e volatilidade da carteira | 44 |
| TABELA 9 – <i>Duration</i> dos benefícios a conceder e concedidos das aposentadorias programadas (2015 – 2164) | 45 |
| TABELA 10 – Composição da rentabilidade e volatilidade da carteira sem restrição de quantidade mínima..... | 46 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| QUADRO 1 – Estatística da população | 36 |
| QUADRO 2 – Tempo para se aposentar | 36 |
| QUADRO 3 – Hipóteses Financeiras | 37 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ANBIMA - Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais**
- ABRAPP - Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar**
- ANEPREM - Associação Nacional de Entidades de Previdência de Estados e Municípios**
- ALM - *Asset Liability Management***
- BD - Benefício Definido**
- BM&FBOVESPA – Bolsa de Valores e Mercados Futuros de São Paulo**
- DRAA - Demonstrativo de Resultados de Avaliação Atuarial**
- ETTJ - Estrutura a Termo da Taxa de Juros**
- CADPREV - Sistema de Informações dos Regimes Públicos de Previdência Social**
- CD - Contribuição Definida**
- CMN - Conselho Monetário Nacional**
- CV - Contribuição Variável**
- IPSEMC - Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo**
- IPEADData - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**
- MPAS - Ministério da Previdência e Assistência Social**
- RGPS - Regime Geral de Previdência Social**
- RPPS - Regimes Próprios de Previdência Social**
- SUSEP - Superintendência de Seguros Privados**
- VABF - Valor Atuarial do Benefício Futuro**
- VAR - *Value in Risk***
- VACF - Valor Atuarial das Contribuições Futuras**
- TIR - Taxa Interna de Retorno**

SUMÁRIO

| | | |
|--------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 12 |
| 1.1. | Justificativa..... | 15 |
| 1.2. | Problema de Pesquisa..... | 16 |
| 1.3. | Objetivo geral..... | 16 |
| 1.4. | Objetivos específicos..... | 16 |
| 2 | REVISÃO DE LITERATURA | 17 |
| 2.1. | Previdência e estruturação do Mercado..... | 17 |
| 2.2. | Risco em planos de previdência, causas e consequências de um desequilíbrio atuarial | 19 |
| 2.3. | Modelos ALM e aplicações..... | 21 |
| 2.4. | Composição da Reserva Técnica..... | 27 |
| 2.5. | Tipo de Financiamento | 28 |
| 3 | METODOLOGIA | 30 |
| 3.1. | Gestão ALM – Asset Liability Management | 30 |
| 3.1.1. | Taxa de retorno do investimento do modelo estocástico | 31 |
| 3.2. | Política de investimento | 31 |
| 3.3. | Utilização da técnica de ALM..... | 34 |
| 4 | ANÁLISE DE DADOS..... | 36 |
| 4.1. | Estruturação da base do instituto..... | 36 |
| 4.2. | Crescimento salarial | 37 |
| 4.3. | Fluxos atuariais..... | 38 |
| 5 | RESULTADOS | 39 |
| 6 | CONCLUSÃO..... | 47 |
| | REFERÊNCIAS | 48 |
| | APÊNDICE A – Cálculo das <i>Duration</i> ’s dos Títulos Públicos | 51 |
| | APÊNDICE B – Correlograma do modelo de Inflação Projetada (ARIMA) (2015-2024) | 58 |
| | APÊNDICE C – Normalidade dos Resíduos | 59 |
| | APÊNDICE D – Análise da Previsão do IPCA (2017-2024) | 60 |
| | APÊNDICE E – Resultado Programado e Gerado da <i>Duration</i> via <i>Solver</i> | 61 |

1 INTRODUÇÃO

No contexto histórico, os planos de previdências do âmbito público passaram por mudanças desde 1960. A partir de 1998, quando os Regimes Próprios de Previdência Social – RPPS’s foram regulamentados o princípio do equilíbrio financeiro-atuarial se tornou constitucional, além da utilização do sistema contributivo de capitalização, já havia uma necessidade de auferir custos suplementares e reservas cada vez maiores, visto o *deficit* atuarial existentes nos institutos, principalmente na esfera municipal (NOGUEIRA, 2011). Dados do Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS mostram que em 2012 92,2% dos municípios têm uma relação crítica¹, preocupante², razoável³ ou confortável⁴ quando confrontou o *deficit* atuarial com receita corrente líquida. Quanto mais representativo for o *deficit* atuarial na receita corrente líquida maior será o esforço do orçamento municipal no custeio e investimentos futuros para o equacionamento do *deficit* (NOGUEIRA, 2011).

Pode-se dizer que a má alocação dos ativos tem papel importante nesses resultados. Nesta situação entende-se que os modelos e técnicas de *Asset Liability Management* – ALM contribuem significativamente na reversão desse panorama ao longo do tempo.

A aposentadoria é um objetivo a ser alcançado por todo aquele participante que contribui financeiramente em algum plano de previdência por um tempo determinado e o que se espera é uma renda capaz de manter pelo menos o seu padrão de vida no momento do recebimento do benefício, essa é a parte que cabe aos planos de benefícios. Nesses planos o principal objetivo é a formação das reservas previdenciárias em um processo onde o contribuinte ou participante contribui periodicamente com um valor calculado atuarialmente, assim o plano realiza a capitalização e investimentos destas contribuições a fim de obter a rentabilidade necessária para criar uma reserva capaz de honrar os benefícios programados. Esta é tarefa atribuída a governança corporativa da entidade previdenciária, que busca manter o fluxo de pagamento de forma saudável visando garantir o correto casamento entre ativo e passivo atuarial, com o propósito de manter o plano em constante equilíbrio atuarial.

Identificar os riscos de descasamentos entre passivo atuarial e ativo com foco no saudável fluxo de pagamentos é uma característica do ramo de previdência nos planos de contribuição definida e, especificamente, em planos de benefício definido. Na prática, os

¹ Crítico: mais de 300% da receita corrente líquida anual do Estado ou Município.

² Preocupante: mais de 200% até 300% da receita corrente líquida anual do Estado ou Município.

³ Razoável: mais de 100% até 200% da receita corrente líquida anual do Estado ou Município.

⁴ Confortável: até 100% da receita corrente líquida anual do Estado ou Município.

gestores tomam como parâmetro o passivo atuarial para decidir a melhor posição na alocação dos ativos. (HURTADO, 2008)

Assim, inserir uma política de investimento sólida a fim de garantir a rentabilidade conforme a meta atuarial e minimizar o risco de crédito – risco do não pagamento do benefício programado – é um ponto fundamental para o plano de benefício.

As resoluções do Conselho Monetário Nacional – CMN estabelecem condições de segurança, rentabilidade, solvência e liquidez para as políticas de investimentos, bem como as mudanças estruturais ocorridas na economia exigem um bom nível de profissionalismo da gestão dos ativos do plano (OLIVEIRA, 2012). Alguns estudos revelam que em torno de 70% a 90% da solidez dos retornos vem de alocação estratégica (IBBOTSON, 2000).

Neste propósito, a gestão de risco torna-se uma importante ferramenta no processo, com o objetivo de evitar o risco de descasamento entre o ativo e o passivo, e dessa maneira manter o equilíbrio financeiro-atuarial. Assim a escolha de métodos de gestão em *Asset Liability Management* – ALM são amplamente utilizados.

A ALM é tratada como uma prática de gerenciamento de negócios, crucial e relevante, para que os ativos e passivos possam ser coordenados com base nas decisões e ações executadas, objetivando o bom gerenciamento financeiro da organização. Trata-se de um processo cíclico de formulação, implementação, monitoramento e revisão de estratégias e tolerância ao risco, cujo objetivo é atingir as metas financeiras da instituição de previdência na busca das necessidades futuras de fluxo de caixa e capital (SOCIETY OF ACTUARIES, 2003 apud NASCIMENTO, 2012).

As técnicas de ALM objetivam evitar ou minimizar o risco de descasamento entre o ativo e o passivo, levando em consideração que a taxa de juros ao longo do tempo é inerente ao dimensionamento do passivo associado ao valor e tempo de contribuição, assim a rentabilidade do ativo terá que segui-la a fim de garantir o casamento (*matching*) entre eles. Essa técnica começou a ser utilizada desde 1970 quando se percebeu a necessidade de acompanhar a volatilidade da taxa de juros na economia por período (HURTADO, 2008).

No período laboral do participante, que é quando há os pagamentos das contribuições e a constituição da reserva matemática, ocorrem periodicamente mudanças no passivo atuarial, o que gera o constante rebalanceamento da carteira de investimento objetivando manter as contribuições minimizadas, o controle da volatilidade do *superavit*, o risco mínimo de *deficit* atuarial (segurança de reserva técnica e maximização do *superavit*) e o cumprimento da própria meta atuarial. Estes objetivos também podem ser considerados como premissas dos modelos ALM (RELATÓRIO PETROS, 2008).

Estes objetivos, se não controlados e medidos, irão tornar o fundo possivelmente insolvente, aumentando o risco de crédito e *default*⁵, caracterizando uma má gestão do risco, fazendo o plano de benefício migrar para uma situação de *deficit* atuarial. Isso pode provocar o não pagamento dos beneficiários no período de recebimento e saldamento de reserva, assim como aumento da contribuição ou geração de um custo suplementar.

Portanto, os modelos e técnicas de ALM apresentam-se como ferramentas chaves para um plano de benefício, pois ao longo dos anos os esforços voltados para a gestão de ativos e passivos convergiram para o uso desse modelo. Considerando um fato natural o descasamento entre o fluxo de contribuições (Valor Atual da Contribuição Futura) e o fluxo de benefício (Valor Atual de Benefício Futuro) pela característica do plano de benefício, o uso das técnicas de ALM mostra-se de forma geral mais eficiente para apontar a melhor modelagem da gestão de investimentos (OLIVEIRA, 2012). Assim consegue-se potencialmente observar como a política de investimento deve se comportar em períodos de turbulência por cenários de *stress* (LEÃO, 2012).

Especificamente em Regimes Próprios de Previdência Social – RPPS’s há uma predominância de planos de benefício definido, onde os benefícios ofertados têm seus valores ou cálculos previamente estabelecidos conforme a Lei nº 9.717 de 1998, podendo ser estes benefícios por invalidez, voluntário (visto o tempo de contribuição) ou compulsório (IBRAHIM, 2014) e a alocação de ativos na política de investimento é regulamentada conforme a Resolução do CMN nº 3.922 de 2010. A forma de custeio, que é a maneira pela qual as contribuições serão alocadas no período contributivo, é formada em virtude do salário percebido pelo servidor associado com a metodologia de cálculo discriminada no regulamento do plano, com teto máximo conforme os limites do Regime Geral de Previdência Social – RGPS, ou seja, é tratada *ex-ant*⁶. Contudo, a política de investimento é praticada por uma gestão passiva, ou seja, tratada *ex-post*⁷, na contramão do mercado mundial (IBRAHIM, 2014).

A luz deste cenário, fica evidente que o instituto de previdência deve, além da regularidade do repasse das contribuições e da gestão de benefícios, possuir consistente política de investimento com o objetivo de ter a melhor alocação de ativos, visto a evolução do passivo atuarial ao longo do tempo, no intuito de buscar o equilíbrio financeiro-atuarial. A

⁵ *Default* é o termo usado para indicar quando um devedor não consegue honrar sua obrigação por falta de reserva

⁶ *Ex-ant* significa que a gestão esta baseada em prognóstico e em suposição, sendo fundamentalmente subjetivo e estimativo.

⁷ *Ex-post* significa que a gestão se adequa aos cenários acontecidos.

fim de que se possa atingir tal objetivo, é indicado que se aplique um modelo de ALM proporcionando as melhores posições dos ativos para diferentes cenários e assim mitigar ou eliminar o risco do *deficit* atuarial.

1.1. Justificativa

Algumas empresas como ADITUS Consultoria Financeira, Riskoffice Consultoria e Self Assessoria utilizam modelos de ALM para estudos de macro-alocação de ativos, visto a possibilidade de diferentes cenários quanto às hipóteses atuariais, como a taxa de juros ou força da taxa de juros⁸, o que gera variação dos rendimentos dos investimentos; probabilidade de sobrevivência/mortalidade ou força de mortalidade, o que poderá gerar a pensão; a taxa de entrada em invalidez, que poderá gerar aposentadoria; e o tempo de contribuição do indivíduo, que gera o recebimento do benefício.

Ao longo dos anos, alguns estudos voltados para RPPS buscam mostrar como andam os rumos da gestão dos recursos dos institutos, como Félix (2009), que demonstra o grau de liberdade da gestão do regime de previdência municipal do Rio de Janeiro em virtude do nível de interesse e conhecimento do servidor contribuinte. Já Bertucci, Souza e Félix (2004) buscaram identificar através da reforma da previdência como o RPPS, especificamente o regime de previdência do estado de Minas Gerais, deve monitorar seu *deficit* de forma ativa em virtude das resoluções impostas pelo CMN. Um estudo sobre o desempenho dos RPPS's feito pela Riskoffice Consultoria em junho de 2013 revela que a grande maioria dos planos se posiciona abaixo dos índices utilizados como meta atuarial.

Neste intuito, o presente trabalho pretende simular um modelo de ALM em um RPPS municipal paraibano, a fim de que se possa dar uma contribuição na mitigação do risco de *deficit* atuarial em um instituto de previdência municipal paraibano. Atualmente o Estado da Paraíba contém 223 municípios sendo que apenas 71 destes têm regimes próprios de previdência, segundo os dados do Sistema de Informações dos Regimes Públicos de Previdência Social – CADPREV do Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS de abril de 2016. Para realização deste trabalho, foi escolhido o Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo – IPSEMC pelo bom nível de transparência, equidade, ética e responsabilidade corporativa, planejamento e controle, sendo premiado na avaliação

⁸ É necessária a utilização da força da taxa de juros quando trabalhamos com fluxos de caixa contínuos no tempo. A formulação parte do exponencial da taxa de retorno geométrica de um título no instante t, onde: $\delta_t = \ln(1 + i_t) \rightarrow e^{\delta_t} = 1 + i_t$. Onde: $\ln(1 + i)$ é equivalente ao retorno geométrico e δ é a força de juros. Recomenda-se ver a formulação da Estrutura a Termo da Taxa de Juros – ETTJ pela ANBIMA.

anual do Prêmio Boas Práticas de Gestão promovido pela Associação Nacional de Entidades de Previdência de Estados e Municípios – ANEPREM em 2014.

O IPSEMC é considerado como o instituto modelo de RPPS de médio porte, onde hoje se encontram em equilíbrio técnico devido a instituição do custo suplementar em 2011 para equacionamento de *deficit* atuarial passado, conforme o parecer atuarial do instituto de 2014. A própria implementação do modelo ALM no referido RPPS contribuiria na redução do custo suplementar e diminuiria as despesas da prefeitura decorrentes do repasse patronal ao seu regime próprio de previdência.

1.2. Problema de Pesquisa

Como fazer a alocação de ativos do Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de cabedelo/PB – IPSEMC através do modelo ALM ?

1.3. Objetivo geral

Analisar o Instituto de Previdência dos Servidores Municipais de Cabedelo/PB – IPSEMC, sob a ótica do modelo de ALM.

1.4. Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- a) identificar o risco da taxa de retorno de investimento do IPSEMC;
- b) encontrar o grau de liquidez ideal entre passivo e ativo para o IPSEMC;
- c) montar a carteira de obrigações imunizadas do fundo para o IPSEMC.

Este trabalho contempla, além da introdução, a revisão da literatura, os procedimentos metodológicos juntamente com a discriminação da base de dados, os resultados e discursões, por fim a conclusão com alguns apontamentos e diretrizes para os gestores do instituto.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Esta parte do trabalho trata da conceituação, dos fundamentos e do modo de funcionamento dos planos de previdência, bem como a estruturação do mercado previdenciário, tipos de plano e regimes financeiros, também busca mostrar o risco em planos de previdência, as causas e consequências de um desequilíbrio atuarial e a proposta dos modelos de ALM.

2.1. Previdência e estruturação do Mercado

Com base nos conceitos sobre os planos de previdência, percebe-se que ao longo do tempo os planos de previdência surgiram como forma de garantir a determinado público na idade de suas aposentadorias uma renda que mantenha seu padrão de vida estabilizado vitaliciamente (OLIVEIRA, 2012).

No Brasil, apesar de ter existido fundos destinados a previdência antes da Constituição Federal de 1988, os grandes avanços ocorreram apenas após a promulgação desta constituição com uma preocupação maior com a previdência social e em paralelo a criação de fundos de pensões, como o do Banco do Brasil, o atual Caixa de Previdência dos funcionários do Banco do Brasil - PREVI, e a evolução do fundo de pensão da Petrobrás, o atual Petros.

Quando se trata de RPPS's recebe importante destaque a Lei nº 9.717 de 1998 e a Emenda Constitucional nº 20 de 1998 que estabelecem os critérios para o funcionamento, o princípio do acompanhamento financeiro, contábil e método de custeio onde estabelece o regime de capitalização e situações que necessitam de capital de cobertura e assim cumprir o objetivo de manter o equilíbrio financeiro-atuarial. Também cabe destaque a Resolução nº 3.922 de 2010 do Conselho Monetário Nacional – CMN que estabelece critérios para alocação de ativos, dando embasamentos fundamentais na estruturação e organização dos RPPS's que não tinham antes.

Quando se fala em sistema previdenciário, conforme Félix (2009), o mercado dividi-se em:

- a) previdência complementar, que pode ser aberta ou fechada, com sistema de financiamento por capitalização e de caráter facultativo e;
- b) previdência social, cuja adesão é compulsória e que divide-se em Regime Geral de Previdência Social – RGPS, financiado a partir do sistema de repartição simples, e

o Regime Próprio de Previdência Social – RPPS que pode funcionar sob os sistemas de repartição simples, repartição de capital de cobertura e capitalização.

Esses planos podem ser de esfera pública onde estão o RGPS e o RPPS ou privados onde estão as entidades de previdência complementar abertas e fechadas que ao longo dos anos buscara sua devida evolução qualitativa, legislativa e quantitativa no cenário econômico brasileiro.

Até abril de 2016 existiam 2.118 RPPS's segundo dados do Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS; 308 fundos de pensão segundo a Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – ABRAPP; 18 entidades de previdência complementar aberta atuantes segundo a Superintendência de Seguros Privados – SUSEP, além do RGPS completando *hall* previdenciário brasileiro. Todos esses planos atuam no conceito principal de manter uma renda ao contribuinte após o último ano de contribuição e, portanto, buscam otimizar suas carteiras ao longo dos anos.

Aprofundando um pouco mais sobre os planos, eles se diferenciam em três tipos de modalidade: plano de Benefício Definido – BD, onde o valor ou regra de concessão do benefício é definido no ato da entrada do plano; Contribuição Definida – CD, onde o benefício será formado com o ganho financeiro de carteira de investimento com base em uma contribuição fixada, e Contribuição Mista ou Variável - CV que representa uma utilização mista das modalidades anteriores.

A modalidade de Benefício Definido é uma das modalidades que constituem as entidades fechadas de previdência complementar segundo a Resolução MPS/CGPC n° 16, de 22 de novembro de 2005 (NASCIMENTO, 2012), sendo conceituada, de acordo com o Artigo 2° da mesma resolução, como:

Art. 2° Entende-se por plano de benefício de caráter previdenciário na modalidade de benefício definido aqueles cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção (BRASIL, 2005).

Assim, os fundos de pensão e principalmente os RPPS's, vão obrigatoriamente seguir uma meta atuarial estimada pela característica do tipo do plano que seguem e quando atingida ter-se-á um equilíbrio técnico. Portanto é conveniente que estes planos de modalidade tenham uma gestão (*management*) mais apurada das carteiras visto o risco eminente do mercado, liquidez e conseqüentemente do descasamento entre o passivo e o ativo do plano.

Segundo Hurtado (2008) e o relatório estatístico da ABRAPP de 2015, 61% dos fundos de pensão são do tipo Benefício Definido – BD e pela Lei nº 9.717 os institutos de previdência sociais, os RPPS's, todos devem ser do tipo BD.

2.2. Risco em planos de previdência, causas e consequências de um desequilíbrio atuarial

Percebendo a importância de se atingir a meta atuarial nos planos BD, a mensuração do risco desses planos é fator constante na decisão de investimentos a fim de evitar ou minimizar o risco de descasamento entre passivo e ativo no tempo e evitar a incidência do *deficit* atuarial, como por exemplo, no cálculo da *duration*⁹ dos ativos.

Nogueira (2011) procurou demonstrar a relação de risco entre o equilíbrio financeiro-atuarial com as políticas públicas e o grau de importância do equilíbrio financeiro-atuarial nos RPPS's.

Segundo as análises do autor, o período de transição do regime geral para o regime próprio previdenciário é marcado com um significativo *deficit* atuarial herdado tanto na esfera Estadual como na Municipal a ser resolvido. Apesar de acreditar que essa transição constitucional foi mais um avanço na previdência social, há uma tarefa árdua a ser cumprida no sentido de gerir bem os benefícios juntamente com a política de investimento habilitada, obter a regularidade do repasse das contribuições e atingir a meta atuarial que no caso da grande maioria dos RPPS's, 78% destes, é equacionar o *deficit* atuarial passado. Para ele:

Quando o equilíbrio financeiro e atuarial foi estabelecido de forma explícita como princípio constitucional para a organização dos RPPS, no final de 1998, estes, em sua maioria, já existiam e se encontravam diante de uma situação de desequilíbrio estrutural crônico (NOGUEIRA, 2011, p. 8).

A análise feita por Nogueira (2011) revela o grande desafio que os gestores têm para mitigar o *deficit* atuarial de forma otimizada e evitar o risco de *default* do plano, ou seja, probabilidade de não haver liquidez suficiente para honrar os benefícios em algum momento do plano. Segundo o mesmo:

Considerado apenas o *custo normal* dos RPPS, as necessidades de custeio para fazer frente aos benefícios são bastante razoáveis e demandam dos entes federativos contribuições inferiores àquelas que teriam, caso seus servidores estivessem

⁹ *Duration* mede qual o prazo médio no qual o detentor de um título terá recebido o pagamento total de uma obrigação.

vinculados ao RGPS. Porém, quando se acrescenta o *custo suplementar* necessário para resolver o problema do deficit atuarial passado, a situação torna-se muito mais complexa, dado o esforço financeiro que essa tarefa exige. [...]. Como a configuração do plano de benefícios dos RPPS é de ordem constitucional, não comportando medidas de gestão que impliquem redução expressiva de seu custo, não há solução possível para o deficit atuarial que não exija a destinação de maior volume de recursos para a previdência dos servidores (NOGUEIRA, 2011, p. 10)

Bertucci, Souza e Félix (2004), buscaram investigar qual a contribuição da política de investimento, visto o decorrente *deficit* crônico dos RPPS's, utilizando o modelo de carteiras eficientes de Markowitz (1952) adequado as restrições das Resoluções nº 2.652 de 1999 e nº 3.121 de 2003 e uma carteira sem restrições, tendo como estudo de caso o fundo de previdência do Estado de Minas Gerais. Os resultados apontados revelam que a Resolução nº 3.121 dá a possibilidade de pontos mais eficientes na curva de juros que a resolução anterior, mostrando que o CMN vem agindo em prol da otimização da carteira de ativos desses planos. Contudo, percebe-se que os pontos de eficiência não são atingidos pelo fundo devido a restrições adicionais imposta pela política de investimento adotada no fundo, fruto do movimento de precaução excessivo existente nos planos de RPPS's, visto o risco de descasamento entre ativo e passivo eminente.

Esses estudos buscaram retratar a forma de gestão dos RPPS's como forma de fomentar políticas públicas em prol da própria gestão do fundo, bem como para esclarecimento social do risco de *deficit* e dos motivos de *deficit* previdenciário presentes neles.

Essa precaução excessiva é consequência da grande importância da gestão dos ativos pela ótica do risco da política de investimento (HURTADO, 2008), pela ótica do risco de imagem da gestão pública dos agentes envolvidos, bem como a falta de uma técnica de imunização de risco da carteira apurada a fim de evitar desequilíbrios atuariais que poderiam gerar um grande *default* no fundo, comprometendo toda a máquina pública da região. Essa prática de grande precaução garante um conservadorismo forte ao plano a fim de evitar índices mal avaliados perante o perfil do passivo atuarial e aumento do risco de descasamento com as obrigações do plano.

Porém, é preciso entender que esse movimento como não atua efetivamente nas possibilidades de otimização da carteira de ativos, acaba por não ir de encontro ao equacionamento do *deficit* atuarial, como comentou Nogueira (2011), pela ótica da política de investimentos e passa essa responsabilidade para a próxima gestão pela ótica da gestão pública.

Saber quais são os movimentos na direção de uma boa política de alocação de investimentos e, além disso, saber o que os institutos têm feito para equacionar o *deficit* atuarial é uma temática a ser estudada a fim de mitigar o desequilíbrio atuarial e equacionar o *deficit* herdado. Algumas empresas especializadas já atuam no acompanhamento de macro alocação de ativos em fundos de RPPS's como falado na introdução.

No entanto, atualmente existem diferentes técnicas para definir uma otimização de carteira imunizada em grandes fundos em detrimento do perfil de seus passivos, essas técnicas são conhecidas como Modelos de Gestão de Ativos e Passivos ou em inglês *Asset Liability Management* – ALM que são utilizadas em bancos, seguradoras, fundos de pensões e podem ser utilizadas em RPPS's. Alguns dos principais modelos e algumas aplicações serão apresentados a seguir.

2.3. Modelos ALM e aplicações

O modelo de ALM se definiu como um gerenciamento em conjunto de ativos e passivos de um fundo ou instituição. É historicamente entendido como uma ferramenta que busca proporcionar certa proteção a uma instituição frente aos riscos enfrentados em cada período do tempo. Dos ativos entende-se todo o capital destinado a política de investimentos.

[...]no fim dos anos 70 e início dos 80 empresas seguradoras seguiram o exemplo consagrado pela indústria americana de bancos em desenvolver e usar modelos de ALM como meio de mitigar efeitos nocivos da utilização ineficiente de recursos, causada por um ambiente econômico cada vez mais complexo.[...] Reconhecidos como autoridades no campo de ALM dentro das empresas, reuniram-se com experientes atuários acadêmicos, novatos no assunto ALM” (HURTADO, 2008, p.21).

Esse modelo de início foi criticado pelo *Riskmetrics*¹⁰ nos anos 90 por utilizar a contabilidade tradicional ao invés de marcar todos os instrumentos a mercado (WEISKOPF, 2003, p. 16). Apesar da crítica, as modelagens modernas, as simulações e as gerações de cenários já estavam em prática. Em uma de suas sugestões, a *Riskmetrics* sugere a implementação do *Value at Risk* – VAR em vez do ALM, contudo Weiskopf (2003) afirma que a utilização do VAR apenas sugere a perda máxima do ativo em um espaço curto de tempo, enquanto o ALM consegue absorver as restrições legais e regulatórias para implementação de gestão para médio e longo prazo.

¹⁰Riskmetrics surgiu do interesse do Srº Dennis Weatherstone, presidente do JP Morgan, em ter um relatório diário medindo e explicando os riscos diários de sua empresa. Esta prática foi estabelecida em 1989 e em 1992 o JP Morgan lançou a metodologia de gerenciamento de risco ao mercado.

Para os fundos de pensão, o modelo consegue buscar um mínimo de custo possível para cobrir as obrigações do fundo, bem como dar oportunidade do fundo buscar posições que antes não eram alcançáveis por não ter o conforto oferecido pelo ALM (WEISKOPF, 2003) Neste mesmo sentido, Hurtado (2008) afirma que seria uma alternativa para assim aumentar sua Taxa Interna de Retorno – TIR e, no caso dos RPPS's, seria uma alternativa de equacionar o *deficit* atuarial herdado no longo prazo.

Pela sua capacidade de gerenciamento, o ALM consegue englobar diferentes tipos de riscos, mas a sua essência é voltada para o risco de liquidez e risco de taxa de juros ou risco de mercado, além de poder estar incluído em diversas áreas de finanças como: “renda fixa (principalmente o conceito de duração e convexidade, teoria da estrutura a termo), conceitos de liquidez, securitização de ativos, modelos de otimização e de simulação, contabilidade em geral, derivativos, etc.”(WEISKOPF, 2003, p. 18), também pode atuar em modelos atuarias.

Para Oliveira (2012), os modelos de ALM começam com a prática da mensuração do casamento de único fluxo de caixa que logo foi detectado ineficiente pelos fundos de pensões. Os avanços começaram a ocorrer no sentido de incrementar a probabilidade de taxas futuras dos ativos como solução para o risco de investimento e reinvestimento. Porém uma crítica ao método, no caso de fundos de pensão, são as possíveis alterações no fluxo de caixa projetado, ou seja, a mudança da metodologia de capitalização pode mudar significativamente o fluxo de caixa projetado, a conclusão é que utilizar apenas um tipo de fluxo de caixa não seria recomendado para a avaliação de risco de *deficit* e acabaria prejudicando o plano. A incorporação do risco no perfil do passivo também é comentada por Oliveira (2012), segundo o autor:

Elas até podiam incorporar algum risco do ativo, mas o passivo continuava sem incorporar qualquer forma de risco, em se tratando de variações no fluxo esperado, completamente insensível à evolução dos indicadores econômicos (OLIVEIRA, 2012, p. 58).

Ainda conforme Oliveira (2012), o uso de fluxos futuros para determinado cenário econômico projetado, conforme as premissas do passivo, podem ser conceituadas como estudos voltados para o risco de descasamento entre passivo e ativo, e entendido como uma metodologia determinística de ALM, de tal forma que seja evidenciada situações de grande volatilidade (alto risco) e baixa volatilidade (segurança) e assim, após testar esses cenários, inferir sobre a carteira ótima do plano. Já quanto o ALM estocástico:

[...] inferi sobre a geração de um número grande de fluxos do passivo atuarial, $n > 100$ e utilização dos elementos da população, um a um e de projeções, $m > 100$, de taxas de juros, bem como retorno dos demais ativos que comporão a carteira de investimentos (OLIVEIRA, 2012, p. 58 – 59)

Alguns estudos foram encontrados no sentido de mostrar a aplicabilidade do modelo de ALM voltados para fundos de pensão que podem ser aplicadas para os RPPS's, visto que também são planos de Benefício Definidos.

Hurtado (2008), em sua tese sobre técnicas de ALM em planos de Benefício Definido fechado (fundos de pensão), que na oportunidade utilizou modelos determinístico, estocástico e controle ótimo, afirma que para manter as premissas da ALM, para um alto *superavit* sugere alocação em ativos de renda fixa e uma situação de *deficit* sugere alocação em ativos de renda variável, uma ideia anti intuitiva que objetiva o equilíbrio do plano de benefício e aumento da Taxa Interna de Retorno – TIR.

Garcia e Simões (2010) em seu livro sobre matemática atuarial, afirmam que os modelos estocásticos são bastante utilizados na alternativa de obter o excedente final esperado, além de considerar os movimentos populacionais para a gestão de ativos e passivos em conformidade como o modelo de taxa de juros ou inflação, com o objetivo de obter uma boa técnica de ALM, seja para planos de Benefício Definido seja para Contribuições Definidas.

Nascimento (2012), ao falar de gerenciamento, argumenta que o mesmo deve considerar os valores da liquidez (capacidade de pagamento dos benefícios aos participantes conforme o contrato de previdência), da solvência (capacidade de garantir lucros para sobrevivência no futuro, cumprindo as obrigações, assim, ativo tem que ser maior que o passivo) e do equilíbrio (ativo tem que ser igual ao passivo) do fundo de pensão para resolver o problema do *Asset Liability Management*, o qual, não se restringe somente aos fundos.

Esses estudos buscaram mostrar como implementar e aperfeiçoar as técnicas de mitigação de risco a fim de evitar o descasamento das obrigações de planos de benefício em especial os planos do tipo Benefício Definido – BD de forma determinística ou estocástica com a utilização da mensuração do risco entre passivo e ativo como oportunidade de absorver totalmente os riscos inerentes a ambos e assim atingir o equilíbrio financeiro-atuarial ou até mesmo atingir níveis mais altos da TIR contribuindo para redução de *defict*, caso ocorra.

Na aplicação do modelo e entendimento da técnica usada, o atuário precisa ter pleno conhecimento da modelagem do passivo atuarial do fundo; bem como a massa demográfica se encontra. Para a modelagem do passivo atuarial (método de custeio) admite-se que os fluxos

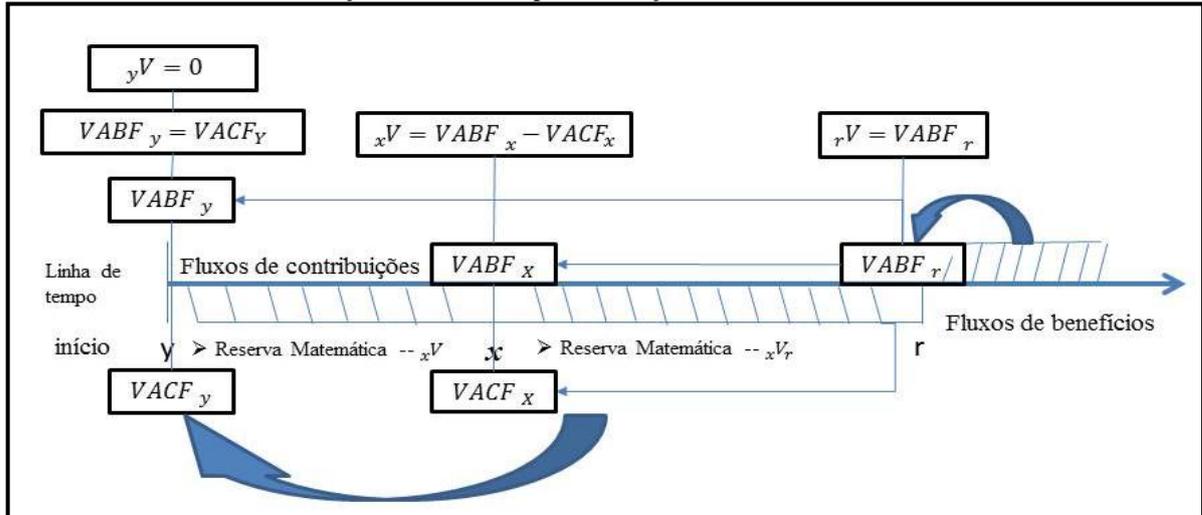
de contribuições obedecem a um comportamento de capitalização desde o momento da entrada (regime de capitalização) até a sua concessão, se a contribuição no exercício servirá para pagamentos de benefício no exercício seguinte haverá capital de cobertura; contudo, se as contribuições de hoje liquidam os compromissos do instituto de imediato onde não há a formação de reserva matemática admite-se o regime de repartição simples. Nesse último caso, as contribuições dos indivíduos ativos no período, devem ser suficientes para honrar os benefícios que serão concedidos no mesmo período.

Um indicador a ser considerado na modelagem do passivo atuarial é saber que tipo de plano o instituto obedece, ou seja, se o benefício é definido no ato da entrada do plano (Benefício Definido – BD), se é formado com o ganho financeiro de carteira de investimento com base em uma contribuição fixada (Contribuição Definida – CD) ou o benefício é definido em algum momento da formação de reserva do plano (Contribuição Variável – CV) o que caracteriza um tipo misto. Em regra, os servidores públicos contribuem para sua previdência com base em estimativa fixada de seus benefícios, assim os institutos de previdência públicos atuam em seus Regimes Próprios de Previdência Social – RPPS's com planos do tipo BD.

Segundo Trowbridge (1989), a gestão de ativos com aplicabilidade de um modelo de ALM só se faz sentido em planos do tipo BD por existir uma meta a ser atingida e por exigir um regime de capitalização na formação da reserva matemática.

A Reserva Matemática é o compromisso líquido da entidade com o seu participante, desta forma pode-se dizer que é o resultado do benefício pago no período de aposentadoria avaliadas a valor presente menos o valor das contribuições ou o somatório das contribuições vincendas avaliados a valor presente. Entende-se que a Reserva Matemática de Benefícios a conceder (RMBaC) é formada ao longo do período de contribuição, no qual no início do plano (no instante zero) a RMBaC é zero, isso pode ser visto na figura1:

FIGURA 1 - Fluxo de contribuições e benefícios para formação de reserva matemática de benefícios a conceder



Fonte: Elaboração própria, 2015.

Onde:

- o Valor Atuarial do Benefício Futuro é o $VABF$;
- o Valor Atuarial das Contribuições Futuras é o $VACF$;
- a reserva matemática é V ;
- y é o tempo zero (início do plano);
- r é o tempo onde terminam as contribuições e começa o recebimento dos benefícios;
- x representa algum momento no plano.

Entende-se que ${}_xV_r$ é a reserva matemática formada do tempo x até o tempo r . Ao longo do período de formação, conforme Hurtado (2008), no tempo r o fluxo de benefícios a serem pagos de forma vitalícia serão inteiramente constituídos pela reserva matemática, contudo a forma de custeio com que essa reserva foi constituída e as movimentações de ganho financeiro do ativo do plano ditarão o fluxo de capitalização do plano do seu início em y até a idade r .

Até o tempo r a formação do fundo é constituída pelas contribuições mais rendimentos auferidos no tempo e atualizados ano a ano pelo atuário.

Tem-se no início do plano que “o valor presente de todos os benefícios pode ser pensado como um fluxo de custos normais desde a concepção do plano até o fim do mesmo” (HURTADO, 2008, p. 46).

Assim:

$$VABF_y = \sum_{i=y}^r CN_{(y,i)} \quad (3.1)$$

Onde y é o tempo onde começa o plano e r é o final do plano. O fluxo de custos normais ($\sum_{i=y}^r CN_{(y,i)}$) nada mais é do que o Valor Atuarial dos Custos Normais futuros no tempo y ($VACNF_Y$), ou seja, $VACNF_Y = \sum_{i=y}^r CN_{(y,i)}$.

Contudo, no tempo x , é possível saber qual o montante da reserva matemática acumulada atuarialmente. Entende-se que há um montante do $VABF$ que não é gerado pelos custos normais futuros no tempo x , esse montante é o passivo atuarial acumulado ou reserva matemática.

O passivo atuarial acumulado descreve o valor da reserva matemática e é a porção do valor presente atuarial dos benefícios futuros que não é fornecida pelos custos normais futuros. Pode, então, ser pensado prospectivamente como a diferença entre o valor presente dos benefícios futuros e o valor presente dos custos normais futuros (HURTADO, 2008, p. 47).

$${}_xV = VABF_x - VACNF_x \quad (3.2)$$

Onde, ${}_xV$ é a reserva matemática exigida no tempo x . A verificação da reserva é realizada de forma anual que conforme Hurtado (2008) o valor da contribuição será um ponto chave para determiná-la, assim:

Os atuários avaliam as obrigações futuras, afim de calcular as contribuições futuras que serão pagas a taxa c e compara este resultado com o valor dos ativos mantidos no fundo naquele instante. Estes cálculos e outros mais detalhados são utilizados para determinação de c , que será mantido constante até a próxima avaliação (HURTADO, 2008, p. 45)

No entanto, percebe-se que o valor de c acaba sofrendo superavaliações pela incidência de prudência em demasia da avaliação atuarial, tendo como justificativa o motivo de se houver erro que seja para o lado precaução, assim é estabelecido baixa taxas de juros no lado dos ativos, altas taxas de inflação estimadas para o passivo atuarial e tábuas atuarias mais longínquas. Esta incidência é fruto do uso do modelo de alocação determinística dos ativos do plano que é bastante utilizado no Brasil, esse e outros métodos serão discutidos posteriormente no trabalho.

Seguindo a sequência, o valor atuarial do benefício futuro $VABF_x$ pode ser visto como ${}_xV + VACNF_x$. Sendo assim, a reserva matemática servirá como complemento para equilibrar o Valor do Benefício Futuro no tempo $x - VABF_x$ do plano no tempo x . Essa reserva no tempo x será constituída conforme o valor atuarial de ganho financeiro dos ativos

determinado pelo atuário em caixa, investimentos e outros bens no tempo desde o início do plano através das contribuições.

Esse entendimento é fator determinante e na formulação da *duration* do passivo para que se possa mensurar o perfil de liquidez das obrigações e desenvolver a técnica de ALM adequada ao instituto, tendo em vista o comportamento do plano, saber como é composta a reserva necessária para suprimento das obrigações do plano como pode ser visto no item 3.1.

2.4. Composição da Reserva Técnica

A reserva técnica é somente vista e avaliada anualmente, sua composição consiste no valor corrente da reserva matemática mais o *superavit* corrente ou *deficit* corrente. Sendo assim, como a reserva matemática é constituída pelas contribuições mais o rendimento da alocação dos ativos em investimentos, quando o valor das contribuições mais rendimentos são superiores a reserva matemática exigida tem-se um superavit técnico e uma reserva técnica onde haverá saldo para cobertura superior ao montante da reserva matemática exigida, em caso contrário haverá saldo para cobertura inferior a reserva matemática exigida, ou seja a reserva não foi capitalizada, ocorrendo um deficit técnico que terá de ser provisionado.

Interessante saber que quando o montante das contribuições mais o rendimento de alocação de ativos em investimentos constituem exatamente a reserva matemática, teremos o equilíbrio técnico, mas é muito raro de acontecer nos RPPS's. Seguindo os apontamentos de Hurtado (2008), se há presença de reserva matemática não capitalizada, ou seja, o valor atual de ativo financeiro que faltaria para alcançar a reserva matemática no tempo x , representar-se-á um *deficit* técnico e se os ativos excedem a reserva matemática no tempo x será um *superávit* técnico, logo a reserva também pode ser representada em termos do ativo:

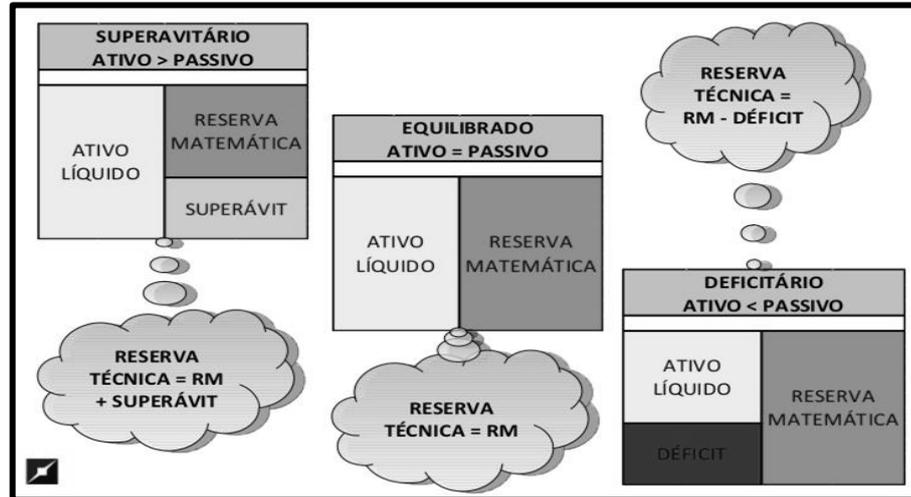
$${}_xV = {}_xVN + F_x \quad (3.3)$$

Onde ${}_xVN$ é a reserva matemática não capitalizada ou descoberta no tempo x e o F_x é o valor atual dos ativos financeiros que faltaria para alcançar a reserva matemática do instituto no tempo x . Dessa forma, no tempo x :

$$VABF_x = {}_xVN + F_x + VACNF_x \quad (3.4)$$

A equação (3.3) é entendida como uma situação de equilíbrio técnico atuarial. Graficamente pode-se visualizar outras situações em que o plano de previdência poderá se encontrar conforme a Figura 2:

FIGURA 2 - Situações comuns dos Planos de Previdência



Fonte: Riskoffice Consultoria.

Na situação de *superavit* não há presença de reserva matemática não capitalizada e na situação de equilíbrio o $VN = 0$. Uma vez entendido a composição da reserva matemática, saber que modalidade de custeio é observada no instituto, estes serão apresentados a seguir.

2.5. Tipo de Financiamento

Para os cálculos do financiamento observa-se que segundo a Portaria MPS nº 403/2008 há diferentes formas de projetar o financiamento, porém usualmente os institutos de previdência pública atuam com o Crédito Unitário Projetado – PUC que é a condição mínima para esse tipo de financiamento que se baseia na divisão em unidades para aposentadoria para cada unidade de ano de filiação como ativo. Hurtado (2008) comenta que a reserva acumulada para o participante inativo, e pensionista é simplesmente o valor presente dos benefícios futuros para este grupo, quando não há contribuição prevista para o mesmo.

No financiamento, o custo normal utiliza o salário final dos contribuintes o que caracteriza o crédito unitário projetado. Qualquer *deficit* técnico é imediatamente amortizado por um período determinado.

Considerando que CN_x e F_x são a contribuição total e o nível do fundo do instituto no tempo x respectivamente, o nível do fundo será medido conforme a posição de mercado dos ativos subjacente. Partindo do princípio de que o método de crédito unitário usa o modelo

de custeio individual para a partir de então encontrar o custeio agregado, pode-se utilizar o método de custeio unitário individual, onde $C(x) = \sum CN(x, y) + CS(t)$, ou seja, a contribuição total em x será a somatório do custo normal mais o ajuste na taxa de contribuição $CS(t)$ que é conhecido como custo suplementar no tempo. Esse custo suplementar é gerado pela intenção da liquidação do passivo não capitalizado, ou seja, é gerado para suplementação do *deficit* técnico e por não ocorrer a incidência de *superávit* ou equilíbrio técnico.

Rodrigues (2008) argumenta que o custo suplementar dirá ao instituto o valor além do qual o plano pagará de complemento.

Aprofundando um pouco sobre o custo suplementar, sua instituição é uma ferramenta estabelecida pelo atuário e o instituto acata ou não a fim de equacionar o *deficit* atuarial. Para esse equacionamento do *deficit* o instituto pode aderir a diferentes métodos dentre eles esta a segregação de massa. Contudo, não cabe avaliar ou discriminar o método por fugir do escopo do trabalho.

Logo pode-se dizer que ao longo do tempo, considerando a incidência do custo suplementar o custo total, do ente federativo, vai ser composto da seguinte forma:

$$C(t) = CN(t) + CS(t) \quad (3.5)$$

Adicionalmente Hurtado (2008) menciona que a contribuição total é diretamente relacionada com o valor do benefício futuro no momento t versus o Salário de Referência de Contribuição – SRC entre a idade de entrada no plano “ u ” à idade de aposentadoria “ r ” no tempo t onde $u \leq t \leq r$ da seguinte forma :

$$C\%(t) = \frac{VABF(t)}{SRC_t(r-u)} \quad (3.6)$$

Tem-se que SRC_t é a referência de salário no ano t . A fórmula (3.6) reflete qual o padrão de comportamento da contribuição total percentual para o caso do RPPS estudado, considerando que o método de financiamento é por Unidade de Crédito Projetado – PUC. Também é preciso saber que o que gerar de excedente acima da alíquota do custo normal será revertido em custo suplementar com o fim de equilibrar o plano, ou seja, um equacionamento de *deficit*.

Nesse sentido, esse trabalho irá adotar um dos modelos adotados por Hurtado (2008) no intuito de aplicá-lo em RPPS’s como mostra a metodologia.

3 METODOLOGIA

Este trabalho é baseado em uma das metodologias apontadas no trabalho de Hurtado (2008), que através de uma análise quantitativa estocástica dos dados possibilitou a utilização de algumas das fórmulas apresentadas em sua tese sobre metodologias de gestão de ativos e passivos em planos de benefício, no intuito de analisar o IPSEMC. Não houve opção pela inclusão dos custos de transações entre operações por requerer um aprofundamento maior nessa questão.

Sobre a base de dados, serão observadas informações necessárias para análise deste trabalho como as idades atuais e idades projetadas para a aposentadoria e folha de benefícios extraídos do demonstrativo de Resultados de Avaliação Atuarial – DRAA de 2015 do IPSEMC disponíveis no *site* do Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS. Quanto aos dados de aplicações, serão plotados de informações disponíveis no Tesouro Direto como base para títulos de renda fixa e da Bolsa de Valores de São Paulo – BM&FBOVESPA como base para renda variável, bem como dados sobre o índice de inflação disponível no Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEADData.

Tendo esse entendimento sobre o comportamento financeiro atuarial do instituto, pode-se prosseguir para abordagem do ALM propriamente dito e proposto e assim definir o melhor caminho para tomada de decisão estratégica da alocação ativo do plano visto a obrigação exigida pela meta atuarial, evitando a incidência de custos adicionais, ou seja, a suplementação de *deficits* técnicos.

3.1. Gestão ALM – Asset Liability Management

Na aplicação do modelo de ALM há de saber da existência de três opções de modelagem determinística, estocástica ou controle estocástico dinâmico. Observa-se que o método determinístico é o mais usado no mercado brasileiro, contudo a intenção deste trabalho é compreender o comportamento probabilístico da dinâmica dos fundos e sua interação com os métodos de financiamento utilizados nos institutos, que por sua vez só pode ser visto no método estocástico de taxa de juros, bem como no modelo estocástico dinâmico que utiliza métodos de controle ótimos que fogem do escopo do trabalho. Desse modo será utilizado o método estocástico.

3.1.1. Taxa de retorno do investimento do modelo estocástico

Para testar a técnica de ALM, a taxa de juros é baseada em uma distribuição independente e identicamente distribuída (i.i.d) durante um período fixo de tempo que migram ou direcionam para formulações analíticas para média e variância em função do período de amortização ou rateio de *deficit*, em estudo a amortização de *deficit* (HURTADO, 2008, p. 59).

Como a base de dados considera-se as taxas reais dos retornos dos investimentos, onde $i(y)$ são i.i.d e $i(y) > -1$, para $-1 \geq y \geq 1$. Assim tem-se que:

$$E[i(y)] = i = i_v \text{ e } Var[i(y)] = \sigma^2 < \infty \quad (3.7)$$

Onde a esperança da taxa de real de retorno no tempo y $E[i(y)]$ é a própria taxa de retorno real e sua variância $Var[i(y)]$ é o desvio padrão ao quadrado σ^2_i e não deve ter tendência expansiva no tempo.

Conforme as conclusões de Haberman (1998), a variância do fundo no tempo muito distante propicia uma segurança mais rentável para o instituto e minimiza a taxa de contribuição para o mesmo período.

Partindo deste método é preciso observar como deve ser estruturado o ativo de forma a atender ao perfil da política de investimento imposta no fundo, como pode ser visto no item seguinte.

3.2. Política de investimento

Nesse item é determinada qual a proporção limite e a classe de ativos que comporão a carteira de investimentos dentro do ativo para formação do fundo do instituto de previdência. Assim sendo, o instituto deve obedecer a regulamentação do CMN nº 3.922 de Novembro de 2010 que impõe as restrições a respeito das aplicações dos recursos oriundos das contribuições em RPPS, visto as opções de renda fixa, renda variável, imóveis e empréstimos ao próprio contribuinte, contudo isso não quer dizer que apenas a regulamentação é garantia de alocação ótima de ativos nos investimentos.

Grande parte dessa alocação deve-se ao monitoramento do gestor do fundo e que por ele passa a decisão mais importante do fundo que é de alocar de forma otimizada os recursos de contribuição para montar a carteira a fim de atingir a reserva matemática atuarialmente

calculada, sem a necessidade da obtenção do custo suplementar. Conforme Hurtado (2008), cerca de 90% do resultado total do fundo é fruto da otimização da alocação de ativos.

Conforme Hurtado (2008) comenta o processo inicial para alocação de ativos é a verificação dos retornos das classes de ativos o que consiste em obter uma taxa de retorno real, a volatilidade e a covariância ou correlação dos ativos inter-classes, além de considerar a inflação proposta visto o agravamento que causa aos benefícios futuros.

Nesse intuito e sabendo que os retornos reais estão correlacionados com a inflação, HURTADO (2008) modela os retornos nominais da seguinte forma:

$$RN_t = [(1 + RR_t) * (1 + E(I_t)) - 1] + \varepsilon_{t_{CA}}, t = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

Onde:

- a) retorno nominal no ano $t = RN_t$;
- b) retorno real no ano $t = RR_t$;
- c) inflação esperada no ano $t = E(I_t)$;
- d) termo de erro para Classe do Ativo – CA no ano $t = \varepsilon_{t_{CA}}$.

O termo de erro deve seguir uma distribuição *log – normal* $\approx (0, \sigma_t)$ e estão correlacionados com a inflação por uma covariância/correlação especificada (Hurtado, 2008).

Contudo nesse estudo serão coletados os retornos nominais dos papéis disponíveis na plataforma do Tesouro direto e na bolsa de valores, mercadorias e futuros de São Paulo – BM&FBOVESPA. Tendo em mãos que o retorno nominal de cada ativo na carteira será calculado o valor esperado do retorno nominal da carteira que será a soma dos retornos nominais esperados para cada classe de ativo:

$$E[R_t] = \sum_{i=1}^M x_{it} * (RN_{it}), t = 1, \dots, 20 \quad (3.9)$$

Onde

- a) taxa de retorno nominal esperado da carteira de ativos = $E[R_t]$;
- b) peso da classe do ativo i na carteira total no ano $t = x_{it}$;
- c) retorno nominal da classe do ativo i no ano $t = RN_{it}$

Para a medir a volatilidade com o intuito de saber o quão a carteira e/ou ativo se desvia ao longo do tempo da média será calculado o desvio-padrão do retorno nominal da carteira, assim:

$$\sigma[R_c]_t = \left[\sum_{i=1}^M x_{it}^2 * \sigma_{RN_{it}}^2 + 2 * \sum_{i \neq j=1}^M x_{it} * x_{jt} * cov(RN_{it}, RN_{jt}) \right]^{\frac{1}{2}}, t = 1, \dots, 20 \quad (3.10)$$

Onde:

- a) desvio-padrão da taxa de retorno nominal da carteira de ativos no ano $t = \sigma[R_c]_t$;
- b) peso da classe do ativo i na carteira total no ano $t = x_{it}$;
- c) covariância entre o retorno nominal da classe do ativo i e o retorno nominal da classe do ativo j no ano $t = cov(RN_{it}, RN_{jt})$.

É preciso saber que para definir o peso dos ativos na carteira, antes será necessário consultar a norma da CMN nº 3922 de 2010 a saber quais classes de ativos poderão compor a carteira e a partir de então quais ativos de cada classe estão na carteira para poder estimar os retornos devidamente.

Para a projeção do índice de inflação será utilizado o modelo AR(1) de Wilkie um dos modelos mais utilizados para estudos atuarais. O modelo estabelece que:

$$Q(t) = Q(t - 1) * \exp\{I(t)\} \quad e \quad (3.11)$$

$$I(t) = \ln\left(\frac{Q(t)}{Q(t-1)}\right) = \ln Q(t) - \ln Q(t-1) \quad (3.12)$$

Onde:

- a) o valor do índice de preços no ano t é $Q(t)$;
- b) a força da inflação no ano $(t-1, t)$ é $I(t)$.

Conforme a proposta se identificarmos a diferença logarítmica do indicador de preço é possível ver a força de inflação ano a ano e assim sera possível fazer uma modelagem como uma série autorregressiva de primeira ordem AR(1) com parâmetros $AR1(0,1, \sigma_t)$ também conhecido como modelo markoviano devido termos como proxy as informações passadas.

Contudo a otimização também requer que a alocação dos ativos garantam as obrigações do instituto perante ao Valor Atual dos Benefícios Futuros – VABF, ou seja, a carteira precisa também estar imunizada contra as obrigações do plano de benefício, com o objetivo principal de construir uma carteira ótima capaz e manter a liquidez ideal e realizar o ALM de forma estruturada, isso pode ser visto na formulação 3.6.

3.3. Utilização da técnica de ALM

Na literatura podemos apontar como prática de ALM o uso da técnica de imunização (REDINGTON, 1952; BOYLE, 1978 apud HURTADO, 2008), bem com a técnica de seguro de carteira por (LELAND, 1980 apud HURTADO, 2008) entre outros, contudo este trabalho busca explorar as técnicas de imunização utilizadas e doravante à utilizaremos para se chegar as conclusões da análise.

Basicamente o objetivo da imunização é alcançar um retorno que atenda as exigências do instituto de previdência por meio de eliminação do risco do excedente financeiro-atuarial.

Para se chegar a tal imunização a *duration* dos ativos, deve ser equivalente a *duration* do passivo, assim sendo os retornos versus liquidação da alocação de ativos devem ser perfeitamente correlacionados com a obrigação do passivo e suas premissas, ou seja, levando em conta as premissas atuarias do plano. Logo, podemos concluir que a variância dos ativos do instituto deve ser igual a variância do passivo atuarial ou reserva matemática e a sua covariância $\sigma^2_{F(t)} = \sigma^2_{PA(t)} = \sigma_{F,PA(t)}$. Assim, conforme Hurtado (2008), para captar as variações do passivo atuarial é montado uma carteira de obrigações imunizadas – COI, esta carteira consegue imunizar o risco de descasamento entre ativo e passivo de forma que a taxa de retorno seja zero, ou seja, o rendimento obtido na alocação da carteira de ativos é totalmente absorvido para a proteção do passivo atuarial e liquidado, assim a COI consegue gerar uma taxa livre de risco.

Contudo observado a expressão obtida quando consideramos a taxa de retorno dos investimentos como i.i.d teremos a possibilidade de verificar o comportamento do fundo e a taxa de contribuição via valor esperado e variância, porém como trata-se de series financeiras é preciso identificar a incidência de Heterocedasticidade da volatilidade dos retornos que por consequência pode ser identificado por testes em modelos de autoregressão como Autorregressivo Condicionante Heterocedástico ARCH ou generalizados como o GARCH e assim a análise terá um poder de comparação com as expressões obtidas de taxa de retorno.

Uma vez observado, caberá estabelecer qual o perfil da *duration* entre ativo e passivo, em outras palavras, visto o perfil do passivo atuarial, qual a melhor alocação de ativos que garante rentabilidade e liquidez necessária para honrar os compromissos do plano. Assim temos:

$$\sum_{t=1}^n x_i * D_{ativo_i} = D_{passivo} \quad (3.13)$$

Onde x_i é o peso de cada título, D_{ativo_i} é a *duration* do título e $D_{passivo}$ é a *duration* do passivo atuarial. Essa “combinação” deve atender as premissas atuariais existentes no instituto. Satisfeitas essas condições Hurtado(2008) afirma que:

O valor presente da parcela K da carteira total investida em título público, VP_{ativok} , é igual ao somatório dos valores presentes de cada diferente título i ($i = 1, \dots, n$), $\sum_{i=1}^n VP_{ativoi}$, conforme sua proporção x_i definida ao obter uma *duration* equivalente à *duration* do passivo(HURTADO, 2008, p. 125).

A fórmula do Valor Presente – VP é representada a seguir:

$$VP_{ativok} = \sum_{i=1}^n VP_{ativo} * x_i \quad (3.14)$$

Outra conclusão é que, para se chegar ao valor que deve ser investido viesado pela *duration* do passivo tem que atingir o seguinte comportamento:

$$VP_{ativok} * (\sum_{i=1}^n VP_{ativo} * x_i) = \sum_{i=1}^n VP_{ativoi} * x_i * D_{ativoi} = VP_{passivo} * D_{passivo} \quad (3.15)$$

Entendido o objetivo da alocação nos investimentos, cabe ao gestor buscar uma COI com a maior rentabilidade possível, ou seja, atuar com investimentos que detenham melhor rentabilidade, menor capital investido no ativo e conseqüentemente uma potencial Taxa Interna de Retorno – TIR, assim será possível obter um cenário de ótima rentabilização estando imunizado contra a variações da taxa de juros que afeta o passivo atuarial atingindo assim a meta atuarialmente estabelecida.

Outra interação possível é a oportunidade de investir também em outros títulos evitando ou diminuindo a incidência de custo suplementar e a utilização da menor quantidade possível de títulos alocados para se chegar a meta atuarial com a segurança quanto as provisões futuras, ironicamente inverso ao pensamento de diversificação do risco.

4 ANÁLISE DE DADOS

4.1. Estruturação da base do instituto

Para estruturar a base do instituto é preciso identificar o perfil do contribuinte para poder inferir sobre considerações a respeito das premissas atuárias e condições legais de entrada e saída do plano. A base é composta por 1.789 ativos, 235 inativos e 58 pensionistas segundo o Demonstrativo de Resultado de Avaliação Atuarial- DRAA de 2015, no quadro 4.1 é mostrando sua característica demográfica.

QUADRO 1 – Estatística da população

| Situação | Feminino | Masculino | Idade Média | |
|---------------------------------------|----------|-----------|-------------|----|
| | | | F | M |
| Ativos | 1220 | 569 | 44 | 43 |
| Aposentados por Tempo de Contribuição | 115 | 17 | 63 | 68 |
| Aposentados por Idade | 37 | 5 | 70 | 69 |
| Aposentados Compulsória | 4 | 9 | 76 | 81 |
| Aposentados por Invalidez | 33 | 15 | 57 | 54 |
| Pensionistas | 36 | 22 | 52 | 49 |
| Totais | 1445 | 637 | - | - |

Fonte: DRAA 2015 do IPSEMC.

Com estes dados é possível dizer que a idade média dos ativos está em torno de 43,5 anos e por tanto tem-se uma projeção para horizonte de tempo em 16,5 anos considerado como o serviço médio futuro. Outra característica da base é a remuneração média desses ativos que gira em torno de R\$1.856,81 também, conforme o DRAA de 2015.

Conforme lei de aposentadoria os servidores do instituto irão obedecer as seguintes condições:

QUADRO 2 – Tempo para se aposentar

| Tempo de aposentadoria | Feminino | Masculino |
|--|----------|-----------|
| Idade média de aposentadoria projetada | 58 anos | 64 anos |
| Tempo mínimo de contribuição | 30 anos | 35 anos |

Fonte: DRAA 2015 do IPSEMC

Esses parâmetros devem ser considerados além de observar que o contribuinte, ainda como servidor em atividade não passará dos 70 anos de idade no serviço público. Ademais

dessas possibilidades de mudança de *status* (probabilidade decremental ou decremento) há outros fatores que levam a saída do contribuinte servidor como morte, invalidez, e rotatividade o que ocasiona em mutiplos decrementos. Para não sair do escopo do trabalho optou-se por utilizar apenas a condição para aposentadoria programada por idade ou tempo de contribuição ou compulsoria, onde utilizou-se como uma única probabilidade biométrica atuarial para a construção da tábua de serviço, a tábua IBGE -2012 ambosos sexos¹¹ para o evento sobrevivência, fornecendo uma condição onde a probabilidade do evento é igual a probabilidade do decremento para mudança do status de ativo para inativo/aposentado, ou seja, uma condição uni-decremental.

4.2. Crescimento salarial

Para o componente crescimento salarial é considerado as seguintes hipóteses financeiras: taxa de juros real, taxa de crescimento do salário por mérito, crescimento do salário por produtividade, bem como o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários. Estes fatores em tese devem ser estimados a fim de se obter o resultado liquido de uma distribuição estável ano a ano dos aumentos salariais, contudo essas taxas estão dispostas no DRAA 2015 do instituto conforme lei específica estabelece, segue no quadro 3:

QUADRO 3 – Hipóteses Financeiras

| Fatores de Cálculo | % Utilizada |
|--|-------------|
| Taxa de Juros Real | 6% |
| Taxa Real de Crescimento do Salário por Mérito | 1% |
| Projeção de Crescimento Real do Salário por Produtividade | 0% |
| Fator de Determinação do valor real ao longo do tempo dos Salários | 100% |

Fonte: DRAA 2015 do IPSEMC

Conforme a avaliação atuarial de 2015 estimou, o instituto segue as regras estabelecidas em lei para as premissas atuarias, cabe um importante destaque ao fator da taxa de juros real, pois este fator é o que mais incrementa o salário futuro mesmo para os ativos próximos da aposentadoria pelo fato do fator ser inerente ao Índice de Preço ao Consumidor Amplo - IPCA, diferentemente da taxa real por mérito que tende a zero a medida que o tempo de atividade se aproxima da aposentadoria. O fator de determinação explica que 100% do

¹¹O Decreto nº 3.266 de 29 de novembro de 1999 estabelece em seu Parágrafo 1º que para efeito do disposto no § 7º do art. 29 da Lei nº 8.213, de 24 de julho de 1991, com a redação dada pela Lei nº 9.876, de 26 de novembro de 1999, a expectativa de sobrevivência do segurado na idade da aposentadoria será obtida a partir da tábua completa de mortalidade para o total da população brasileira, construída pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, considerando-se a média nacional única para ambos os sexos.

valor dos salários serão considerados, ou seja, não há perda de valor no longo prazo do benefício.

Uma vez conhecidas as hipóteses financeiras e atuarias cabe projetar os salários para 16 anos a fim de que possa ter o cenário proposto para o modelo que será o tempo médio para se chegar a aposentadoria no instituto.

4.3. Fluxos atuariais

Para a coleta dos fluxos atuariais necessários a construção do perfil da *Duration* do passivo atuarial, foi solicitado ao IPSEMC tal informação e concedida. Contudo não serão divulgados tais dados para manter a promessa de confidencialidade dos dados do instituto.

Assim foi possível obter dados referentes ao fluxo do Valor Presente de Benefício a conceder e Valor Presente de Benefícios concedidos para o DRAA de 2015.

Uma vez identificados e analisados as informações chegou-se aos resultados que podem ser visto no tópico a seguir.

5 RESULTADOS

Uma vez identificadas as características da entidade, cabe saber qual é o perfil da *Duration* do passivo com o fim de modelar o ativo do plano. Para encontra-la, o modo ideal é considerar todo o período do fluxo de pagamentos até que a expectativa de pagamento do instituto seja zero, como aponta o estudo da Hurtado. Assim foi definido o espaço de tempo a ser calculado para identificar o perfil da *Duration* do plano em 150 anos.

Considerando as hipóteses levantadas por Hurtado (2008), com a projeção de inflação chegamos aos seguintes resultados:

TABELA 1 – *Duration* das despesas com benefícios do plano projetada pela Inflação (2015 – 2164)

| <i>Duration</i> | D_IPCA*t |
|-------------------|----------|
| d 1 ¹² | 17,97 |
| d 2 ¹³ | 15,74 |

Fonte: Elaboração própria a partir de informações retirada dos fluxos atuariais do IPSEMC.

Nesse perfil identificado na previsão do cenário para inflação o passivo atuarial obteve uma *Duration* de 17,97 anos considerando o valor dos pagamentos dos benefícios calculados a valor presente, considerando o valor presente dos benefícios divulgada no Demonstrativo de Resultado de Avaliação Atuarial – DRAA de 2015 a *Duration* migra para 15,74 anos, assim teríamos que obter uma COI que tenha uma liquidez nesse perfil. Esse perfil de avaliação acaba por subestimar o passivo atuarial pela perda de informações que o modelo de projeção de inflação condiciona já a partir do 5º ano. Uma sugestão para o uso da metodologia é a frequente avaliação da projeção a fim de obter resultados preditivos mais fieis a cenário real.

Por outro lado sabe-se que o instituto divulga uma taxa de juros real a ser atingida de 6% ao ano, logo o valor presente do fluxo de pagamento dos benefícios estão atrelados a essa taxa real. Assim é possível calcular a *Duration* sem a utilização da projeção da inflação afirmando que a taxa real é diferença positiva entre a taxa nominal e a inflação do período no tempo x, dessa forma a inflação ficará absorvida e a *duration* encontrada estará conforme a tabela 2.

¹² d 1 – Considera o Valor Presente do fluxo de pagamento calculado

¹³ d 2 – Considera o Valor Presente do fluxo do pagamento divulgada no DRAA de 2015 com data focal em 2014

TABELA 2 – *Duration* das despesas com benefícios do plano (2015 – 2164)

| <i>Duration</i> | d*t |
|------------------|-------|
| d 1 ¹ | 19,35 |
| d 2 ² | 22,58 |

Fonte: Elaboração própria a partir de informações retiradas dos fluxos atuariais do IPSEMC.

O resultado da *Duration* calculada para o perfil do passivo resulta em 19,35 anos exigidos para o passivo atuarial quando utilizado o fluxo de pagamentos calculados a valor presente e quando considerado o valor presente dos benefícios divulgado encontra-se um valor de 22,58 anos. Considerando que o tempo médio de serviço futuro foi projetado em aproximadamente 16,5 anos e, conforme os apontamentos de Hurtado (2008), teríamos um número razoável e condizente com o perfil das exigências mínimas da massa servidora, uma vez que análise exige que a *Duration* do passivo teria que ser pelo menos maior que o tempo médio de serviço futuro. Este ponto será mais detalhado mais a frente.

Dessa forma como definição propriamente dita da *Duration*, este seria o ponto ou o tempo pré-definido onde tem-se que honrar os compromissos do plano. Uma vez identificado o perfil do passivo (*Liabilty*) atuarial parte-se para o segundo ponto da análise que é o ajuste para o casamento (*Matching*) do ativo (*Asset*) disponível.

Como aponta Hurtado em situação de *superavit* onde o ativo é maior que o passivo do instituto, usa-se uma parte menor do valor do ativo para a formação da carteira de obrigações imunizadas - COI deixando a maior parte do ativo para que o gestor busque ativos de investimentos que dêem ao instituto possibilidade de retornos maiores. Na situação de equilíbrio a proporção investida na COI ultrapassa significativamente os 50% dos ativos a disposição e no caso de *deficit* a totalidade do ativo será investida na formação da COI com o respaldo da instrução da CMN N° 3.922 de 2010. Assim tem-se para a formação da COI a seguinte destinação.

TABELA 3 - Índice de Alocação

| Itens para o Cálculo do Índice de Alocação | Valores em R\$ |
|--|----------------|
| ÍNDICE DE ALOCAÇÃO | 4,34 |
| Vabf_BaC (A) | 279.489.967,86 |
| Vabf_BC (B) | 57.559.574,37 |
| A + B | 337.049.542,23 |
| Ativo | 77.615.348,91 |

Fonte: Elaboração própria através de dados do DRAA de 2015 do IPSEMC.

Como o índice ficou acima de 1 tem-se uma alocação na totalidade dos ativos. Índices abaixo de 1 haveria oportunidade do gestor de investir em outros ativos como renda variável. Apesar da proporção encontrada, o gestor da entidade, com o aval do comitê de investimento deve seguir o que estabelece a instrução CMN nº 3922 de 2010 a fim de identificar os limites de aplicação em cada perfil de investimento. Conforme o Art7º da instrução no segmento de renda fixa podem ser alocados até 100% em títulos de emissão do Tesouro Nacional, registrados no Sistema de Liquidação e Custódia (SELIC) nas aplicações dos Regimes Próprios de Previdência Social - RPPS.

Nesse caso o gestor deve buscar papéis que atendam em primeira instância as exigências do passivo atuarial formando assim sua COI que nesse caso estabelece uma taxa real de 6% ao ano. Nesse sentido títulos indexados a inflação que garantam rentabilidade real de pelo menos 6% a.a. seriam ideais para compor a carteira sendo que após essa identificação buscar outros ativos. No caso de não haver esses papéis disponíveis para compra no mercado, cabe ao gestor buscar fundos que tem em sua grande maioria de composição esse tipo de papel.

No estudo é identificado que as Notas do Tesouro Nacional série B de cupons semestrais – Tesouro IPCA com juros semestrais tipo NTN-B – atendem esses parâmetros, ou seja, os títulos públicos são capazes de imunizar o risco de descasamento do plano. Em 31/12/2015 tinha-se disponíveis 7 papéis/títulos tipo NTN-B com diferentes vencimentos como mostra o tabela 4:

TABELA 4 – Títulos Públicos indexados a inflação em 31/12/2015

| Título | Vencimento | Taxa (a.a.) |
|--|------------|-------------|
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2017 (NTNB) | 15/05/2017 | 6,64% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2020 (NTNB) | 15/08/2020 | 7,23% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2024 (NTNB) | 15/08/2024 | 7,32% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026 (NTNB) ¹⁴ | 15/08/2026 | 7,38% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2035 (NTNB) | 15/05/2035 | 7,37% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2045 (NTNB) | 15/05/2045 | 7,35% |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2050 (NTNB) | 15/08/2050 | 7,24% |

Fonte: Disponível em: <<http://www.tesouro.gov.br/tesouro-direto-balanco-e-estatisticas#historico>>.

Considerando os pagamentos dos cupons até o vencimento foi calculado as suas respectivas *Duration* 's como mostra a tabela 5:

¹⁴ O Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026 (NTNB) só ficou disponível para compra em 26/01/2016.

TABELA 5 – *Duration* dos Títulos Públicos NTN-B

| Vencimento | <i>Duration</i> |
|------------|-----------------|
| 15/05/2017 | 0,98 |
| 15/08/2020 | 4,21 |
| 15/08/2024 | 7,56 |
| 15/02/2026 | 8,33 |
| 15/05/2035 | 14,66 |
| 15/05/2045 | 19,42 |
| 15/08/2050 | 21,20 |

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do tesouro direto.

Uma vez identificadas as respectivas *Durations* dos títulos, cabe adequá-los na carteira de ativos de maneira que se utilize o mínimo de títulos que imunize e diversifique a carteira de renda fixa atendendo o perfil do passivo atuarial na questão que envolve rentabilidade e liquidez, como indica a carteira de obrigações imunizadas – COI. Para encontrar a locação ótima da carteira é indicado a utilização da programação computacional ou o método de tentativa e erro. Nesse passo foi utilizado o *Solver* como uma alternativa programática de alocação disponível no *Excel*, disposto no APÊNDICE E. Assim foi possível encontrar a otimização da carteira como pode ser visto no quadro abaixo:

TABELA 6 – Participação dos títulos na carteira

| Vencimento | Participação | Meta |
|------------|--------------|-----------------------|
| 15/08/2050 | 73% | |
| 15/05/2045 | 14% | |
| 15/05/2035 | 0% | |
| 15/02/2026 | 12% | 19,35 anos |
| 15/08/2024 | 0% | |
| 15/08/2020 | 0% | |
| 15/05/2017 | 0% | |

Fonte: Elaboração própria conforme *setup Solver*-

Conforme o resultado do *setup* programado com essa proporção a carteira alcançará a meta de *Duration* de 19,35 anos. Nessa formatação o *solver* consegue indicar a menor quantidade de ativos para compor a carteira e dessa quantidade é rateada a sua participação. A alocação seria composta pelas NTN-B's de vencimento em 2026, 2045 e 2050 com maior proporção nos títulos que vencem em 2050 em linha com as expectativas da análise, como

tem a maior fatia da reserva matemática provisionada para os benefícios a conceder, essa seria uma alocação satisfatória.

Essa seria a composição mais indicada para se obter uma imunização da carteira baseada na liquidez e rentabilidade exigida pelo passivo do plano.

Uma vez montada a carteira ideal cabe aprofundar a análise a fim de identificar o risco adquirido pelo instituto ao colocar o papel em sua carteira de ativos de investimentos. Como mencionado na metodologia, apesar das NTN-B's atenderem o perfil do passivo, é preciso saber como se comportou o título para inferir sobre sua variação e volatilidade no tempo a fim de atender um dos pressupostos de risco do modelo de ALM através análise discriminante e mostrar que $\sigma^2_{F(t)} = \sigma^2_{PA(t)} = \sigma_{F,PA(t)}$ e após isso medir a volatilidade da carteira. Essa verificação torna-se necessária visto a possibilidade do gestor por algum motivo solicitar o resgate do título antes do prazo que a *duration* do título exige ou decida não resgatar após o prazo da *duration* do título, assim o gestor terá segurança para fazer a operação de venda se precisar.

Para a análise discriminante tem-se a seguinte confirmação para cada título em relação ao passivo atuarial.

TABELA 7 – Desvio Padrão e Covariância dos títulos NTN-B em 31/12/2015

| Vencimento | DP ¹⁵ | COV ²¹⁶ |
|------------|------------------|--------------------|
| 15/05/2017 | 0,0048 | + 0,0000231840773 |
| 15/08/2020 | 0,0053 | + 0,0000286817624 |
| 15/08/2024 | 0,0056 | + 0,0000315604922 |
| 15/05/2035 | 0,0055 | + 0,0000303788571 |
| 15/05/2045 | 0,0054 | + 0,0000000000000 |
| 15/08/2050 | 0,0053 | + 0,0000000000000 |

Fonte: Elaboração própria a partir de informações retiradas do tesouro direto.

Esse resultado mostra a condição onde $\sigma^2_{F(t)} = \sigma^2_{PA(t)} = \sigma_{F,PA(t)}$ é obtida. Uma observação interessante é que esses valores não são exatamente iguais, mas se mostram muito próximos do que, teoricamente, deveriam atender e, portanto a necessidade de medir a volatilidade da carteira como medida de risco para o gestor.

Para isso é preciso saber informações sobre a rentabilidade da carteira de otimização como descrito na metodologia utilizando o peso de cada título na composição da classe de

¹⁵ DP = Desvio Padrão

¹⁶ COV = Covariância entre taxa indicativa do título e a meta atuarial. Para encontrar a COV utilizou-se como meta atuarial a taxa de 6% a.a.

ativos e conseqüentemente da rentabilidade bem como para o cálculo da volatilidade. Segundo os resultados do quadro abaixo a volatilidade medida com base nos títulos elencados obtém um valor menor que 1% como pode ser visto na tabela 8:

TABELA 8 – Composição da rentabilidade e volatilidade da carteira

| Vencimento | Rentabilidade da Carteira $E[r]$ | Desvio Padrão $\sigma_{15}[r]$ | Volatilidade da Carteira $\theta_{15}[r]$ |
|--------------|----------------------------------|--------------------------------|---|
| TOTAL | 7,18% | 0,000097 | 0,15% |
| 15/08/2050 | 5,30% | 0,000088 | - |
| 15/05/2045 | 1,06% | 0,000003 | - |
| 15/05/2035 | 0,00% | 0,000000 | - |
| 15/02/2026 | 0,82% | 0,000006 | - |
| 15/08/2024 | 0,00% | 0,000000 | - |
| 15/08/2020 | 0,00% | 0,000000 | - |
| 15/05/2017 | 0,00% | 0,000000 | - |

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Tesouro Direto

Os resultados refletem o quanto em termos percentuais a carteira tem de sensibilidade quanto as variações dos ativos e como a carteira dará segurança ao plano. Também a carteira consegue auferir uma rentabilidade acima da meta atuarial imposta pelo instituto, sendo que a diferença entre a taxa atuarial exigida e a rentabilidade auferida pode ser entendida como a Taxa Interna de Retorno - TIR do Instituto ao valor de 1,18% e que de certa maneira poderia ser utilizada afim de amortização ou amenização de custos suplementares, contudo busca-se observar esse valor com base na variação do título na curva de juros aplicando o logaritmo natural para obter o retorno geométrico $\ln(1 + i)$ e “ i ” é a taxa indicativa diária do título.

Para o cálculo da volatilidade foi considerado como número de dias o valor de 252 como recomendam a maioria das casas de análises de investimentos bem como seus órgãos reguladores. O último passo para análise da carteira seria o pressuposto de violação da volatilidade no tempo, ou seja, inferir sobre o quão é seguro afirmar que a volatilidade da carteira estaria abaixo dos 1% que pode ser visto usando o modelo de vetor Autorregressivo de Condicionantes de Heterocedasticidade – ARCH ou Vetor Autorregressivo de Condicionantes de Heterocedasticidade Genéricos – GARCH. Contudo esse modelo é usado quando se evidencia carteiras que em sua composição tem classe de ativos de renda variável,

como no estudo em caso a totalidade dos ativos voltou-se para a classe de renda fixa optou-se por restringir essa análise econométrica.

Dessa forma fecha-se o ciclo de análises para montar a COI com o intuito de estabelecer e montar uma estratégia de alocação pela técnica de ALM.

Contudo além dos resultados alcançados, sabendo que o instituto atua com obrigações de benefícios a conceder (VABaC) e benefícios concedidos (VABC) foi possível identificar separadamente o perfil da *duration* para cada benefício como mostra o quadro abaixo:

TABELA 9 – *Duration* dos benefícios a conceder e concedidos das aposentadorias programadas (2015 – 2164)

| <i>Duration</i> | <i>Duration</i> no Tempo | |
|-----------------|---|---|
| | Benefícios a Conceder Encargos – Aposentadorias Programadas | Benefícios Concedidos Encargos – Aposentadorias Programadas |
| d 1 | 21,65 | 10,14 |
| d 2 | 24,37 | 13,86 |

Fonte: Elaboração própria a partir de informações retiradas dos fluxos atuariais do IPSEMC

O que se pode identificar é que como os benefícios a conceder estão caracterizados pelo perfil de longo prazo a *duration* acaba por acompanhar essa tipificação e como verifica-se que tem uma *duration* mais alongada e na contramão os benefícios concedidos tem um perfil mais de curto prazo da *duration*, ou seja, numa estratégia de alocação mais ratificada seria interessante perfilar a alocação destinada ao perfil de cada benefício. Esse será um ponto de partida importante para os próximos trabalhos a fim de qualificar a mensuração do estado da arte do modelo de ALM.

Também a respeito da alocação de ativos procurou-se outras opções de alocações com a utilização do *Solver* a fim de verificar se na tabela 8 realmente a alocação esta otimizada. Como na suposição da Carteira de obrigações Imunizadas a política de investimentos usa-se a menor quantidade possível de ativos com objetivo de imunizar o passivo, buscou-se fazer essa alocação sem atribuir essa restrição, ou seja, a alocação será perfilada pelas exigências do passivo, mas a política de investimentos alocará apropriadamente cada ativo na carteira de obrigações sem precisar utilizar a quantidade mínima de ativos, assim cada ativo terá uma participação específica. Dessa forma obteve-se o seguinte resultado gerado no *Solver*:

TABELA 10 – Composição da rentabilidade e volatilidade da carteira sem restrição de quantidade mínima

| Vencimento | Rentabilidade da Carteira E [r] | Desvio Padrão σ_{15} [r] | Volatilidade da Carteira θ_{15} [r] |
|--------------|---------------------------------|---------------------------------|--|
| TOTAL | 7,23% | 0,000344 | 0,55% |
| 15/08/2050 | 5,52% | 0,000096 | |
| 15/05/2045 | 0,63% | 0,000001 | |
| 15/05/2035 | 0,47% | 0,000178 | |
| 15/02/2026 | 0,22% | 0,000000 | |
| 15/08/2024 | 0,22% | 0,000053 | |
| 15/08/2020 | 0,11% | 0,000015 | |
| 15/05/2017 | 0,06% | 0,000000 | |

Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Tesouro Direto 31/12/2015.

Percebe-se agora que todos os títulos estão alocados na carteira e assim é possível atingir uma rentabilidade maior que a montada na tabela 8, bem como esta também atingi a meta de 19,35 anos de *Duration*, contudo a carteira apresenta maior risco envolvido mostrando uma volatilidade de 0,55% enquanto a carteira da tabela 8 apresenta-se ao valor de 0,15%, comprovando que quanto maior a rentabilidade auferida maior será a volatilidade ou o risco inserido na carteira e também mostrando que a estratégia da formação da carteira da tabela 8 é a fomentação ideal.

6 CONCLUSÃO

Como se observar o uso do modelo de imunização do passivo através do uso das técnicas de *Asset Liability Management – ALM* são ferramentas úteis e importantes na tomada de decisão de alocação de investimentos para que se possa obter a imunização do risco do passivo como montou Hurtado (2008) para os planos de previdência complementar fechados do tipo BD e no caso percebe-se que também é possível utilizar esse ferramental para Regimes Próprios de Previdência Social – RPPS's.

Um estudo prévio de macro-alocação dará ao gestor o norte do perfil da política de investimentos que o fundo irá adotar para os próximos exercícios tomando como *proxy* o que o passivo atuarial adota como meta, assim a qualidade de alocação é garantida uma vez que o ALM tende a imunizar totalmente o risco do passivo atuarial. Em grande parte dos institutos de previdência e principalmente em RPPS's a política de investimento estratégica inexistente ou não é fomentada pelas análises aqui mencionadas e, portanto aumenta a probabilidade dos institutos agravarem sua situação em tempos de alta volatilidade.

Percebe-se aqui no estudo, qual seria a melhor ou o que garantiria uma qualidade nas aplicações no IPSEMC a fim de imunizar os riscos inerentes às suas obrigações (Benefício a conceder e benefício concedidos) e como a técnica de imunização pelo *Asset liability Management – ALM* definida pela política de investimento é capaz de imunizar o risco do passivo atuarial e garantir a meta atuarial estimada pelo atuário.

No estudo de caso pode-se concluir que o passivo atuarial permanecerá imunizado quanto ao risco de mercado ao obter essa estratégia de alocação, cabe ao gestor buscar, de forma enfática, ativos que busquem esse perfil como fundos referenciados em títulos públicos, ou índices de mercado da ANBIMA que também tem em sua composição títulos públicos de curto e longo prazo ou atuar no *open marketing* adquirindo papéis do governo, assim a qualidade na alocação fica garantida com o respaldo da técnica de alocação utilizando a ALM e também da resolução nº 3.922 do CMN que é imposta aos ativos. Dessa forma a política de investimentos mostra que está em linha com a tendência estratégica de alocação mundial e o instituto tem a segurança necessária para manter suas aplicações em curso.

Outros trabalhos poderão ser fomentados a partir deste com intuito de mostrar como se comporta a estratégia de alocação quando se ratifica o passivo atuarial para diferentes benefícios e como se comporta essa mesma estratégia no curto e no longo prazo.

REFERÊNCIAS

BERTUCCI, L. A.; SOUZA, F. H. R. de; FÉLIX, L. F. F. **Regimes próprios de previdência e entidades fechadas de previdência complementar: o caso do Fundo de Previdência do Estado de Minas Gerais**. Belo Horizonte: E & G Economia e Gestão, v. 4, n. 7, p. 35 – 54, jun. 2004.

BOYLE, P.P. **Immunisation under stochastic models of the term structure**. *Journal of the Institute of Actuaries*. vol.105, p.177 – 187, 1978 apud HURTADO, N. H. **Análise de Metodologias de Gestão de Ativos e Passivos em Planos de Benefício Definido de Fundos de Pensão: uma abordagem financeiro atuarial**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. 180 p.

BRASIL. Conselho Monetário Nacional. **Resolução nº 3.922 (Resolução 3.922)**. Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. São Paulo: 25 de novembro de 2010. Disponível em: <http://www.funprevbauru.com.br/funprev/upload/conteudo/Rsolucao_3922_Docume.pdf>. Acesso em: 19 nov. 2015.

_____. **Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro**. Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc20.htm>. Acesso em: 26 de nov. 2015.

_____. **Portaria MPS nº 403, de 10 de dezembro de 2008 – DOU de 12/12/2008 – Republicação**. Alterado pela Portaria MPS nº 21, de 16/01/2013. Dispõe sobre as normas aplicáveis às avaliações e reavaliações atuariais dos Regimes Próprios de Previdência Social - RPPS da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, define parâmetros para a segregação da massa e dá outras providências. Disponível em: <http://sislex.previdencia.gov.br/paginas/66/mps/2008/403_1.htm>. Acesso em: 02 abr. 2016.

_____. Senado Federal Secretaria Especial de Informática. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Texto promulgado em 05 de outubro de 1988. Brasília – 2013. 47 p.

_____. **Lei Nº 9.717, de 27 de novembro de 1998**. Dispõe sobre regras gerais para a organização e o funcionamento dos regimes próprios de previdência social dos servidores públicos da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, dos militares dos Estados e do Distrito Federal e dá outras providências. Brasília, 27 de novembro de 1998. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9717.ht>. Acesso em: 19 nov. 2015.

_____. **Resolução MPS/CGPC Nº 16, de 22 de novembro de 2005 – DOU de 07/12/2005**. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências. Disponível em: <<http://www010.dataprev.gov.br/sislex/paginas/72/MPS-CGPC/2005/16.htm>>. Acesso em 17 nov. 2015.

DUFRESNE, D. **Stability of Pension Systems when Rates of Return are Random, Insurance: Mathematics and Economics**. vol. 8, n. 1, p.71 – 76, march 1989.

FÉLIX, C. L.; SILVA, L. M. da. **Regime Próprio de Previdência e Assistência Social: uma Análise do Grau de Conhecimento que o Servidor Público do Município do Rio de Janeiro detém em Relação às Informações Gerenciais do Regime Previdenciário Municipal.** Artigo recebido em 06/03/2009 e aceito em 05/05/2009. Rio de Janeiro: Pensar Contábil, v. 11, n. 44, p. 25 – 33, abr./jun. 2009.

GARCIA, J. A.; SIMÕES, O. A. **Matemática Atuarial Vida e Pensões.** Coimbra Portugal: Coleção Económicas, 2.^a Série, ed. Almedina. 2010. 544 p.

HABERMAN, Steven. **Stochastic Modelling of Pension Scheme Dynamics, Actuarial Research Report n. 106.** London: Department of Actuarial Science and Statistics, City University, 1998.

HURTADO, N. H. **Análise de Metodologias de Gestão de Ativos e Passivos em Planos de Benefício Definido de Fundos de Pensão: uma abordagem financeiro atuarial.** Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. 180 p.

IBBOTSON, R. G.; KAPLAN, P. D. **Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 percent of performance?** Association for Investment Management and Research: Financial Analysts Journal, January/February, 2000. p. 26 – 33.

IBRAHIM, F. Z. **Curso de Direito Previdenciário.** Rio de Janeiro: Impetus, 19^a ed 2014.

LEÃO, L. L.; MARTINS, P. S.; LOCATELLI, R. L. **Gestão de ativos e passivos e Controle de Riscos: Um Estudo Aplicado ao Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais S/A.** Pedro Leopoldo: Revista Gestão & Tecnologia, v. 12, n. 3, p. 3 – 25, set./dez. 2012.

LELAND, H. E. **Who should buy portfolio insurance?** *The Journal of Finance*. vol.35, p.581 – 594, 1980 apud HURTADO, N. H. **Análise de Metodologias de Gestão de Ativos e Passivos em Planos de Benefício Definido de Fundos de Pensão: uma abordagem financeiro atuarial.** Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. 180 p.

NASCIMENTO, C. C. do. **Um modelo da ALM para fundos de pensão usando programação estocástica mista-inteira.** Dissertação (Mestrado). Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2012. 84 p.

NOGUEIRA, N. G. **O equilíbrio financeiro e atuarial dos RPPS: de princípio constitucional a política pública de Estado.** Minas Gerais: Revista do Tribunal de Contas do Estado de Minas Gerais; outubro/novembro/dezembro 2011, v. 8, n. 4, ano XXIX, p. 75 – 91.

OLIVEIRA, A. E. de. **Entidades fechadas de previdência privada no Brasil – política de investimentos em fundos de pensão – ALM.** Revista Científica da Faculdade Darcy Ribeiro, nº 002, jan/jun 2012. p. 49 – 64.

REDINGTON, F.M. **Review of the principles of life office valuations.** *Journal of the Institute of Actuaries*. vol.18, p.285 – 315, 1952 apud HURTADO, N. H. **Análise de Metodologias de Gestão de Ativos e Passivos em Planos de Benefício Definido de Fundos de Pensão: uma abordagem financeiro atuarial.** Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. 180 p.

RODRIGUES, J. A. **Gestão de Risco Atuarial**. São Paulo: Saraiva, 1ª ed., 2008.

TROWBRIDGE, C. L. **Fundamental Concepts of Actuarial Science**. Actuarial Education and Research Fund Publisher, Revised Edition, 1989. 79 p.

WEISKOPF, M. **Imunização de Renda Fixa**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica – PUC/Programa de pós-graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial, 28 de mar. 2003. 192 p.

APÊNDICE A – Cálculo das *Duration*’s dos Títulos Públicos

| Títulos Públicos do tipo NTN-B | Data in | Data Pagamento de Cupon | Cupon | Taxa indicativa | VPFC | d*t | Duration |
|--|----------------|--------------------------------|--------------|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2017 (NTNB) | 31/12/2015 | | | | | | 0,98 |
| | | 15/05/2016 | 66,4 | 6,64% | 64,82835 | 0 | |
| | | 15/11/2016 | 66,4 | 6,64% | 62,76104 | 62,76104 | |
| | | 15/05/2017 | 66,4 | 6,64% | 60,79177 | 121,5835 | |
| | | | TOTAL | | 188,3812 | 184,3446 | |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2020 (NTNB) | 31/12/2015 | | | | | | 4,21 |
| | | 15/02/2016 | 72,3 | 7,23% | 71,66673 | 0 | |
| | | 15/08/2016 | 72,3 | 7,23% | 69,21512 | 69,21512 | |
| | | 15/02/2017 | 72,3 | 7,23% | 66,82181 | 133,6436 | |
| | | 15/08/2017 | 72,3 | 7,23% | 64,54828 | 193,6448 | |
| | | 15/02/2018 | 72,3 | 7,23% | 62,31634 | 249,2654 | |
| | | 15/08/2018 | 72,3 | 7,23% | 60,1961 | 300,9805 | |
| | | 15/02/2019 | 72,3 | 7,23% | 58,11465 | 348,6879 | |
| | | 15/08/2019 | 72,3 | 7,23% | 56,13737 | 392,9616 | |
| | | 15/02/2020 | 72,3 | 7,23% | 54,19626 | 433,5701 | |
| | 15/08/2020 | 72,3 | 7,23% | 52,34229 | 471,0806 | | |
| | | | TOTAL | | 615,555 | 2593,05 | |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2024 (NTNB) | 31/12/2015 | | | | | | 7,56 |
| | | 15/02/2016 | 73,2 | 7,32% | 72,55118 | 0 | |
| | | 15/08/2016 | 73,2 | 7,32% | 70,04001 | 70,04001 | |
| | | 15/02/2017 | 73,2 | 7,32% | 67,58958 | 135,1792 | |
| | | 15/08/2017 | 73,2 | 7,32% | 65,26277 | 195,7883 | |
| | | 15/02/2018 | 73,2 | 7,32% | 62,97948 | 251,9179 | |
| | | 15/08/2018 | 73,2 | 7,32% | 60,81138 | 304,0569 | |
| | | 15/02/2019 | 73,2 | 7,32% | 58,68383 | 352,103 | |
| | | 15/08/2019 | 73,2 | 7,32% | 56,6636 | 396,6452 | |
| | | 15/02/2020 | 73,2 | 7,32% | 54,68117 | 437,4493 | |
| | | 15/08/2020 | 73,2 | 7,32% | 52,78852 | 475,0967 | |
| | | 15/02/2021 | 73,2 | 7,32% | 50,94165 | 509,4165 | |
| | | 15/08/2021 | 73,2 | 7,32% | 49,18796 | 541,0675 | |
| | | 15/02/2022 | 73,2 | 7,32% | 47,46707 | 569,6048 | |
| | | 15/08/2022 | 73,2 | 7,32% | 45,83298 | 595,8288 | |
| | 15/02/2023 | 73,2 | 7,32% | 44,22947 | 619,2126 | | |
| | 15/08/2023 | 73,2 | 7,32% | 42,70684 | 640,6026 | | |
| | 15/02/2024 | 73,2 | 7,32% | 41,2127 | 659,4032 | | |
| | 15/08/2024 | 73,2 | 7,32% | 39,78623 | 676,3658 | | |
| | | | TOTAL | | 983,4164 | 7429,778 | |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026 | 26/01/2016 | | | | | | 8,33 |
| | | 15/08/2016 | 73,8 | 7,38% | 70,9484 | 0 | |
| | | 15/02/2017 | 73,8 | 7,38% | 68,4469 | 68,4469 | |

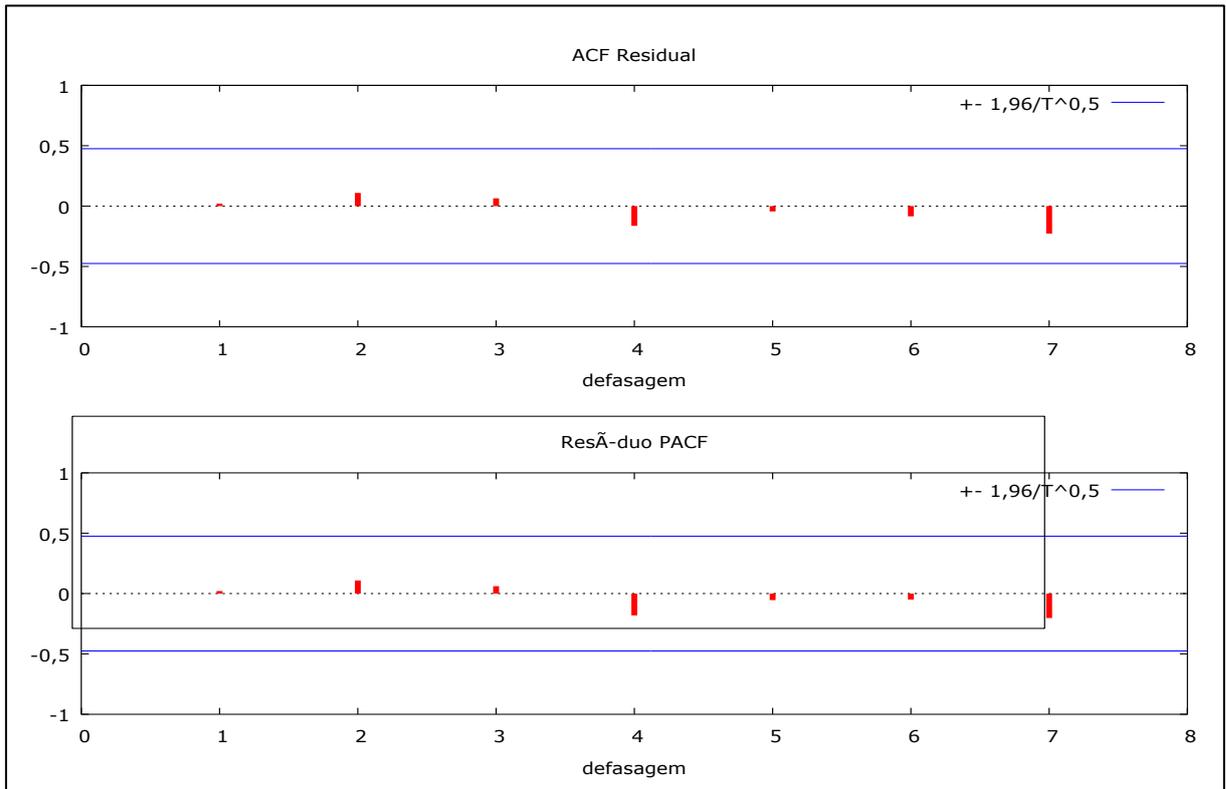
| Títulos Públicos do tipo NTN-B | Data in | Data Pagamento de Cupon | Cupon | Taxa indicativa | VPFC | d*t | Duration |
|--------------------------------|------------|-------------------------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|
| | | 15/05/2026 | 73,7 | 7,37% | 35,40471 | 708,0942 | |
| | | 15/11/2026 | 73,7 | 7,37% | 34,16604 | 717,4868 | |
| | | 15/05/2027 | 73,7 | 7,37% | 32,98985 | 725,7768 | |
| | | 15/11/2027 | 73,7 | 7,37% | 31,83567 | 732,2203 | |
| | | 15/05/2028 | 73,7 | 7,37% | 30,73376 | 737,6102 | |
| | | 15/11/2028 | 73,7 | 7,37% | 29,6585 | 741,4626 | |
| | | 15/05/2029 | 73,7 | 7,37% | 28,63749 | 744,5748 | |
| | | 15/11/2029 | 73,7 | 7,37% | 27,63558 | 746,1606 | |
| | | 15/05/2030 | 73,7 | 7,37% | 26,68421 | 747,1578 | |
| | | 15/11/2030 | 73,7 | 7,37% | 25,75063 | 746,7684 | |
| | | 15/05/2031 | 73,7 | 7,37% | 24,86415 | 745,9246 | |
| | | 15/11/2031 | 73,7 | 7,37% | 23,99425 | 743,8219 | |
| | | 15/05/2032 | 73,7 | 7,37% | 23,16375 | 741,2401 | |
| | | 15/11/2032 | 73,7 | 7,37% | 22,35334 | 737,6604 | |
| | | 15/05/2033 | 73,7 | 7,37% | 21,58382 | 733,8498 | |
| | | 15/11/2033 | 73,7 | 7,37% | 20,82869 | 729,004 | |
| | | 15/05/2034 | 73,7 | 7,37% | 20,11165 | 724,0192 | |
| | | 15/11/2034 | 73,7 | 7,37% | 19,40802 | 718,0967 | |
| | | 15/05/2035 | 73,7 | 7,37% | 18,73989 | 712,1157 | |
| | | | | TOTAL | 1546,122 | 22663,98 | |
| | 31/12/2015 | | | | | | |
| | | 15/05/2016 | 73,5 | 7,37% | 71,59054 | 0 | |
| | | 15/11/2016 | 73,5 | 7,37% | 69,08587 | 69,08587 | |
| | | 15/05/2017 | 73,5 | 7,37% | 66,70755 | 133,4151 | |
| | | 15/11/2017 | 73,5 | 7,37% | 64,37371 | 193,1211 | |
| | | 15/05/2018 | 73,5 | 7,37% | 62,15761 | 248,6304 | |
| | | 15/11/2018 | 73,5 | 7,37% | 59,98296 | 299,9148 | |
| | | 15/05/2019 | 73,5 | 7,37% | 57,91801 | 347,5081 | |
| | | 15/11/2019 | 73,5 | 7,37% | 55,89169 | 391,2418 | |
| | | 15/05/2020 | 73,5 | 7,37% | 53,95714 | 431,6571 | |
| | | 15/11/2020 | 73,5 | 7,37% | 52,06939 | 468,6245 | 19,42 |
| | | 15/05/2021 | 73,5 | 7,37% | 50,27687 | 502,7687 | |
| | | 15/11/2021 | 73,5 | 7,37% | 48,51788 | 533,6967 | |
| | | 15/05/2022 | 73,5 | 7,37% | 46,84763 | 562,1715 | |
| | | 15/11/2022 | 73,5 | 7,37% | 45,20861 | 587,712 | |
| | | 15/05/2023 | 73,5 | 7,37% | 43,65228 | 611,1319 | |
| | | 15/11/2023 | 73,5 | 7,37% | 42,12506 | 631,8759 | |
| | | 15/05/2024 | 73,5 | 7,37% | 40,66701 | 650,6721 | |
| | | 15/11/2024 | 73,5 | 7,37% | 39,24423 | 667,1519 | |
| | | 15/05/2025 | 73,5 | 7,37% | 37,89322 | 682,078 | |

| Títulos Públicos do tipo NTN-B | Data in | Data Pagamento de Cupon | Cupon | Taxa indicativa | VPFC | d*t | Duration |
|---------------------------------------|----------------|--------------------------------|--------------|------------------------|-------------|------------|-----------------|
| | | 15/11/2025 | 73,5 | 7,37% | 36,56749 | 694,7823 | |
| | | 15/05/2026 | 73,5 | 7,37% | 35,30863 | 706,1726 | |
| | | 15/11/2026 | 73,5 | 7,37% | 34,07332 | 715,5397 | |
| | | 15/05/2027 | 73,5 | 7,37% | 32,90033 | 723,8072 | |
| | | 15/11/2027 | 73,5 | 7,37% | 31,74927 | 730,2333 | |
| | | 15/05/2028 | 73,5 | 7,37% | 30,65035 | 735,6085 | |
| | | 15/11/2028 | 73,5 | 7,37% | 29,57802 | 739,4505 | |
| | | 15/05/2029 | 73,5 | 7,37% | 28,55978 | 742,5542 | |
| | | 15/11/2029 | 73,5 | 7,37% | 27,56058 | 744,1358 | |
| | | 15/05/2030 | 73,5 | 7,37% | 26,6118 | 745,1303 | |
| | | 15/11/2030 | 73,5 | 7,37% | 25,68075 | 744,7418 | |
| | | 15/05/2031 | 73,5 | 7,37% | 24,79668 | 743,9004 | |
| | | 15/11/2031 | 73,5 | 7,37% | 23,92914 | 741,8033 | |
| | | 15/05/2032 | 73,5 | 7,37% | 23,10089 | 739,2286 | |
| | | 15/11/2032 | 73,5 | 7,37% | 22,29268 | 735,6586 | |
| | | 15/05/2033 | 73,5 | 7,37% | 21,52525 | 731,8584 | |
| | | 15/11/2033 | 73,5 | 7,37% | 20,77216 | 727,0257 | |
| | | 15/05/2034 | 73,5 | 7,37% | 20,05707 | 722,0545 | |
| | | 15/11/2034 | 73,5 | 7,37% | 19,35535 | 716,148 | |
| | | 15/05/2035 | 73,5 | 7,37% | 18,68903 | 710,1832 | |
| | | 15/11/2035 | 73,5 | 7,37% | 18,03518 | 703,3719 | |
| | | 15/05/2036 | 73,5 | 7,37% | 17,41093 | 696,4374 | |
| | | 15/11/2036 | 73,5 | 7,37% | 16,80179 | 688,8736 | |
| | | 15/05/2037 | 73,5 | 7,37% | 16,22338 | 681,3821 | |
| | | 15/11/2037 | 73,5 | 7,37% | 15,65579 | 673,199 | |
| | | 15/05/2038 | 73,5 | 7,37% | 15,11683 | 665,1405 | |
| | | 15/11/2038 | 73,5 | 7,37% | 14,58795 | 656,4578 | |
| | | 15/05/2039 | 73,5 | 7,37% | 14,08575 | 647,9447 | |
| | | 15/11/2039 | 73,5 | 7,37% | 13,59295 | 638,8686 | |
| | | 15/05/2040 | 73,5 | 7,37% | 13,12246 | 629,8782 | |
| | | 15/11/2040 | 73,5 | 7,37% | 12,66336 | 620,5046 | |
| | | 15/05/2041 | 73,5 | 7,37% | 12,22742 | 611,3708 | |
| | | 15/11/2041 | 73,5 | 7,37% | 11,79963 | 601,781 | |
| | | 15/05/2042 | 73,5 | 7,37% | 11,39342 | 592,4577 | |
| | | 15/11/2042 | 73,5 | 7,37% | 10,99481 | 582,7248 | |
| | | 15/05/2043 | 73,5 | 7,37% | 10,6163 | 573,2805 | |
| | | 15/11/2043 | 73,5 | 7,37% | 10,24488 | 563,4685 | |
| | | 15/05/2044 | 73,5 | 7,37% | 9,890281 | 553,8558 | |
| | | 15/11/2044 | 73,5 | 7,37% | 9,544259 | 544,0228 | |
| | | 15/05/2045 | 73,5 | 7,37% | 9,215693 | 534,5102 | |

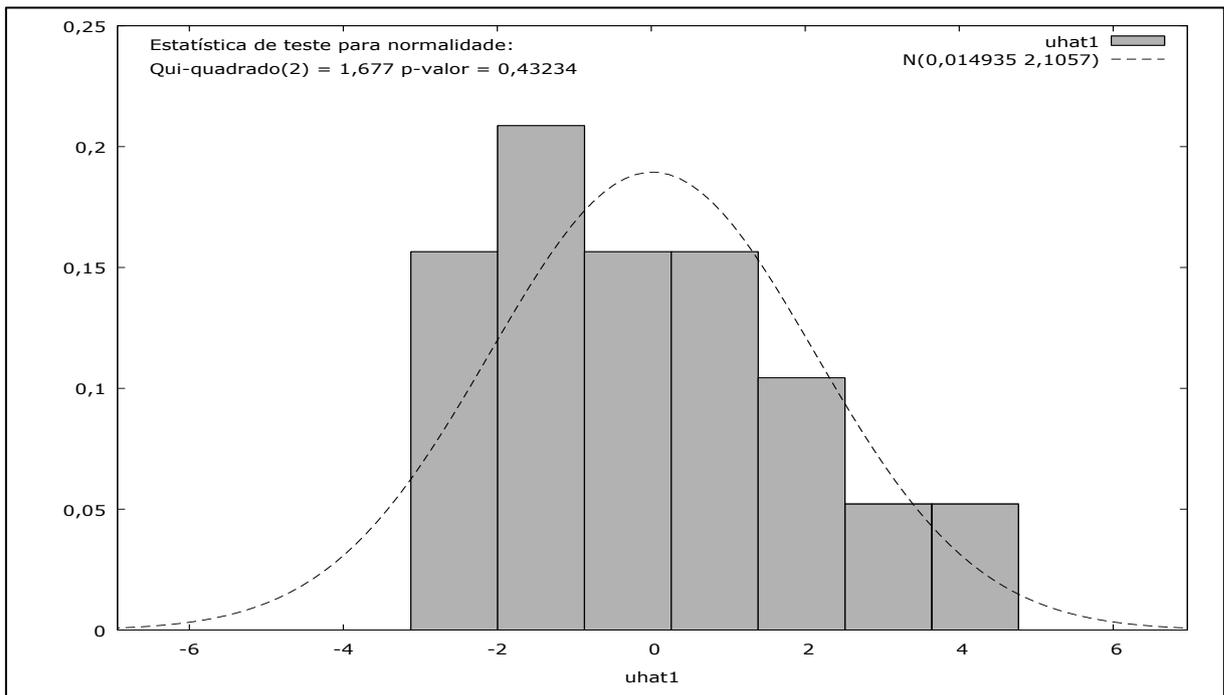
| Títulos Públicos do tipo NTN-B | Data in | Data Pagamento de Cupon | Cupon | Taxa indicativa | VPFC | d*t | Duration |
|--|--------------|-------------------------|----------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|
| | TOTAL | | | | 1805,149 | 35062 | |
| | 31/12/2015 | | | | | | |
| Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2050 (NTNB) | 15/08/2016 | 72,4 | 7,24% | 69,27454 | 0 | | 21,20 |
| | 15/02/2017 | 72,4 | 7,24% | 66,8509 | 66,8509 | | |
| | 15/08/2017 | 72,4 | 7,24% | 64,54952 | 129,099 | | |
| | 15/02/2018 | 72,4 | 7,24% | 62,29118 | 186,8735 | | |
| | 15/08/2018 | 72,4 | 7,24% | 60,14677 | 240,5871 | | |
| | 15/02/2019 | 72,4 | 7,24% | 58,04247 | 290,2124 | | |
| | 15/08/2019 | 72,4 | 7,24% | 56,04433 | 336,266 | | |
| | 15/02/2020 | 72,4 | 7,24% | 54,08356 | 378,5849 | | |
| | 15/08/2020 | 72,4 | 7,24% | 52,21159 | 417,6927 | | |
| | 15/02/2021 | 72,4 | 7,24% | 50,38491 | 453,4642 | | |
| | 15/08/2021 | 72,4 | 7,24% | 48,65039 | 486,5039 | | |
| | 15/02/2022 | 72,4 | 7,24% | 46,9483 | 516,4313 | | |
| | 15/08/2022 | 72,4 | 7,24% | 45,33208 | 543,9849 | | |
| | 15/02/2023 | 72,4 | 7,24% | 43,74609 | 568,6991 | | |
| | 15/08/2023 | 72,4 | 7,24% | 42,2401 | 591,3614 | | |
| | 15/02/2024 | 72,4 | 7,24% | 40,76229 | 611,4343 | | |
| | 15/08/2024 | 72,4 | 7,24% | 39,3514 | 629,6225 | | |
| | 15/02/2025 | 72,4 | 7,24% | 37,97465 | 645,5691 | | |
| | 15/08/2025 | 72,4 | 7,24% | 36,66735 | 660,0124 | | |
| | 15/02/2026 | 72,4 | 7,24% | 35,38451 | 672,3056 | | |
| | 15/08/2026 | 72,4 | 7,24% | 34,16638 | 683,3275 | | |
| | 15/02/2027 | 72,4 | 7,24% | 32,97103 | 692,3916 | | |
| | 15/08/2027 | 72,4 | 7,24% | 31,83598 | 700,3916 | | |
| | 15/02/2028 | 72,4 | 7,24% | 30,72217 | 706,6098 | | |
| | 15/08/2028 | 72,4 | 7,24% | 29,6588 | 711,8111 | | |
| | 15/02/2029 | 72,4 | 7,24% | 28,62115 | 715,5288 | | |
| | 15/08/2029 | 72,4 | 7,24% | 27,63585 | 718,5321 | | |
| | 15/02/2030 | 72,4 | 7,24% | 26,66898 | 720,0625 | | |
| | 15/08/2030 | 72,4 | 7,24% | 25,75089 | 721,0248 | | |
| | 15/02/2031 | 72,4 | 7,24% | 24,84996 | 720,649 | | |
| | 15/08/2031 | 72,4 | 7,24% | 23,99449 | 719,8347 | | |
| | 15/02/2032 | 72,4 | 7,24% | 23,15502 | 717,8055 | | |
| 15/08/2032 | 72,4 | 7,24% | 22,35357 | 715,3141 | | | |
| 15/02/2033 | 72,4 | 7,24% | 21,5715 | 711,8596 | | | |
| 15/08/2033 | 72,4 | 7,24% | 20,82889 | 708,1823 | | | |
| 15/02/2034 | 72,4 | 7,24% | 20,10017 | 703,5059 | | | |
| 15/08/2034 | 72,4 | 7,24% | 19,40821 | 698,6956 | | | |
| 15/02/2035 | 72,4 | 7,24% | 18,72919 | 692,9801 | | | |

| Títulos Públicos do tipo NTN-B | Data in | Data Pagamento de Cupon | Cupon | Taxa indicativa | VPFC | d*t | Duration |
|---------------------------------------|----------------|--------------------------------|--------------|------------------------|-----------------|--------------|-----------------|
| | | 15/08/2035 | 72,4 | 7,24% | 18,08443 | 687,2083 | |
| | | 15/02/2036 | 72,4 | 7,24% | 17,45173 | 680,6173 | |
| | | 15/08/2036 | 72,4 | 7,24% | 16,84768 | 673,9072 | |
| | | 15/02/2037 | 72,4 | 7,24% | 16,25825 | 666,5881 | |
| | | 15/08/2037 | 72,4 | 7,24% | 15,69855 | 659,3389 | |
| | | 15/02/2038 | 72,4 | 7,24% | 15,14932 | 651,4206 | |
| | | 15/08/2038 | 72,4 | 7,24% | 14,62779 | 643,6228 | |
| | | 15/02/2039 | 72,4 | 7,24% | 14,11602 | 635,221 | |
| | | 15/08/2039 | 72,4 | 7,24% | 13,63007 | 626,9832 | |
| | | 15/02/2040 | 72,4 | 7,24% | 13,15321 | 618,2008 | |
| | | 15/08/2040 | 72,4 | 7,24% | 12,69794 | 609,5013 | |
| | | 15/02/2041 | 72,4 | 7,24% | 12,25369 | 600,4309 | |
| | | 15/08/2041 | 72,4 | 7,24% | 11,83185 | 591,5926 | |
| | | 15/02/2042 | 72,4 | 7,24% | 11,4179 | 582,313 | |
| | | 15/08/2042 | 72,4 | 7,24% | 11,02483 | 573,2914 | |
| | | 15/02/2043 | 72,4 | 7,24% | 10,63912 | 563,8733 | |
| | | 15/08/2043 | 72,4 | 7,24% | 10,27286 | 554,7345 | |
| | | 15/02/2044 | 72,4 | 7,24% | 9,913453 | 545,2399 | |
| | | 15/08/2044 | 72,4 | 7,24% | 9,570325 | 535,9382 | |
| | | 15/02/2045 | 72,4 | 7,24% | 9,235497 | 526,4233 | |
| | | 15/08/2045 | 72,4 | 7,24% | 8,917559 | 517,2184 | |
| | | 15/02/2046 | 72,4 | 7,24% | 8,605569 | 507,7286 | |
| | | 15/08/2046 | 72,4 | 7,24% | 8,309317 | 498,559 | |
| | | 15/02/2047 | 72,4 | 7,24% | 8,018607 | 489,135 | |
| | | 15/08/2047 | 72,4 | 7,24% | 7,742562 | 480,0388 | |
| | | 15/02/2048 | 72,4 | 7,24% | 7,47168 | 470,7158 | |
| | | 15/08/2048 | 72,4 | 7,24% | 7,213067 | 461,6363 | |
| | | 15/02/2049 | 72,4 | 7,24% | 6,96071 | 452,4462 | |
| | | 15/08/2049 | 72,4 | 7,24% | 6,721084 | 443,5915 | |
| | | 15/02/2050 | 72,4 | 7,24% | 6,485939 | 434,5579 | |
| | | 15/08/2050 | 72,4 | 7,24% | 6,262657 | 425,8607 | |
| | | | | TOTAL | 1820,542 | 38592 | |

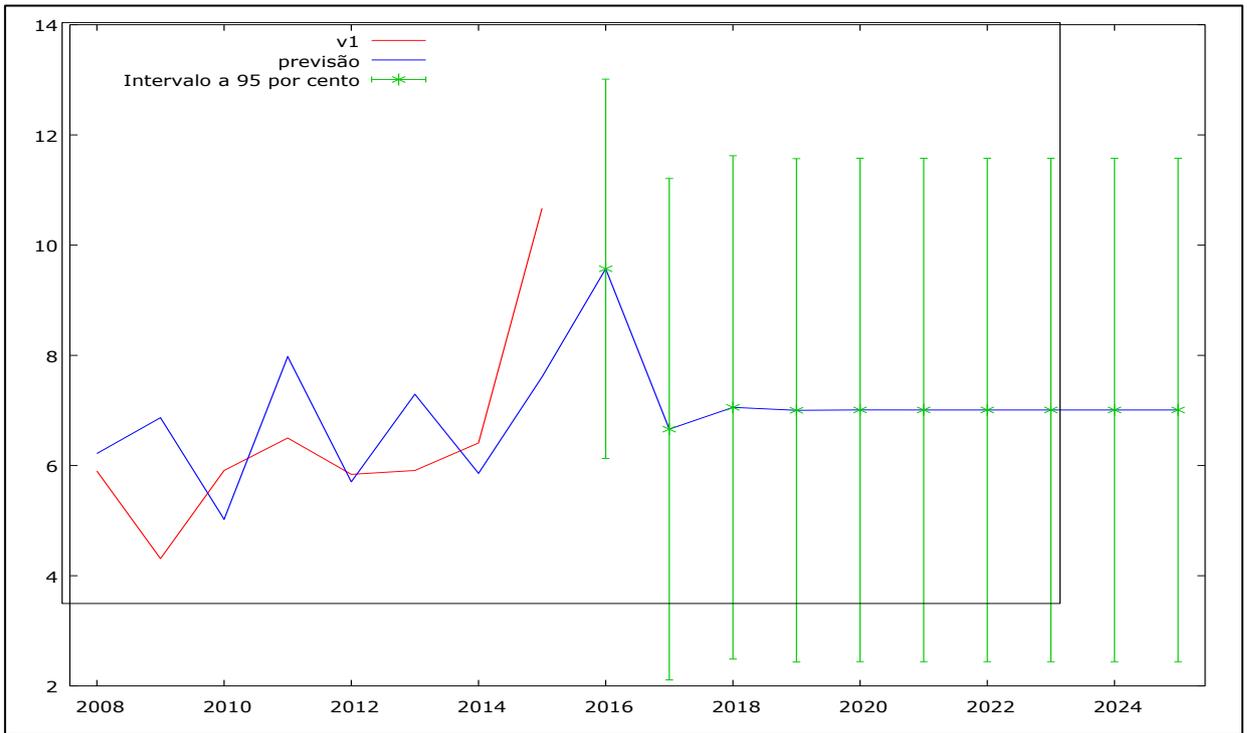
Fonte: Elaboração Própria a partir de dados do Tesouro Direto (31/12/2015).

APÊNDICE B – Correlograma do modelo de Inflação Projetada (ARIMA) (2015-2024)

Fonte: Elaboração Própria a partir de dados de inflação do IPCA rodados no Gretl

APENDICE C – Normalidade dos Resíduos

Fonte: Elaboração Própria a partir de dados de inflação do IPCA(2008-2015) rodados no Gretl

APÊNDICE D – Análise da Previsão do IPCA (2017-2024)

Fonte: Elaboração Própria a partir de dados de inflação do IPCA (2008-2015) rodados no Gretl

APÊNDICE E – Resultado Programado e Gerado da *Duration* via *Solver*

| <i>SOLVER 1</i> | | | | |
|-----------------|--------------------|-------------------|--------------|--------------|
| <u>NTN-B</u> | | | | |
| Vencimento | Duração Programada | Duração Calculada | Participação | Meta |
| TOTAL | 19,35 | 76,36 | 100% | 19,35 |
| 15/08/2050 | 15,52 | 21,20 | 73% | - |
| 15/05/2045 | 2,80 | 19,42 | 14% | - |
| 15/05/2035 | 0,00 | 14,66 | 0% | - |
| 15/02/2026 | 1,03 | 8,33 | 12% | - |
| 15/08/2024 | 0,00 | 7,56 | 0% | - |
| 15/08/2020 | 0,00 | 4,21 | 0% | - |
| 15/05/2017 | 0,00 | 0,98 | 0% | - |
| <i>SOLVER 2</i> | | | | |
| <u>NTN-B</u> | | | | |
| Vencimento | Duração Programada | Duração Calculada | Participação | Meta |
| TOTAL | 19,35 | 55,16 | 100% | 19,35 |
| 15/08/2050 | 16,18 | 21,20 | 76% | - |
| 15/05/2045 | 1,66 | 19,42 | 9% | - |
| 15/05/2035 | 0,93 | 14,66 | 6% | - |
| 15/02/2026 | 0,28 | 8,33 | 3% | - |
| 15/08/2024 | 0,23 | 7,56 | 3% | - |
| 15/08/2020 | 0,06 | 4,21 | 1% | - |
| 15/05/2017 | 0,01 | 0,98 | 1% | - |

Fonte: Elaboração Própria a partir de dados das *Durations* dos títulos públicos rodados no *Solver*.