

PERFIL DE VELOCIDADES EM TUBOS CIRCULARES

Prof. Luiz Simão De Andrade Filho

1. OBJETIVO

Determinação experimental de perfis de velocidades em tubos circulares.

2. BASE TEÓRICA

A uniformidade da distribuição de velocidades no escoamento de fluido ideal é invalidada no caso de fluido real devido à existência neste, de tensões de cisalhantes entre as partículas, bem como entre estas e as paredes. Tal fato dá origem a um gradiente de velocidade na seção transversal do escoamento, muito forte próximo a parede, onde a velocidade se anula.

Os perfis de velocidade possuem formas distintas para o escoamento laminar e turbulento. No escoamento laminar na região de entrada de um tubo, fig. 01, a velocidade é uniforme. A camada limite cresce com a distância da aresta de entrada até que o escoamento se torne totalmente desenvolvido. Pela equação da continuidade, nota-se que o núcleo sem atrito, fora da camada limite, deve acelerar-se até que a camada limite atinja o centro do tubo (se o comprimento do tubo for suficiente para isto), onde o escoamento passa a ser totalmente desenvolvido. O comprimento do tubo para que isto ocorra pode chegar a $140D$.

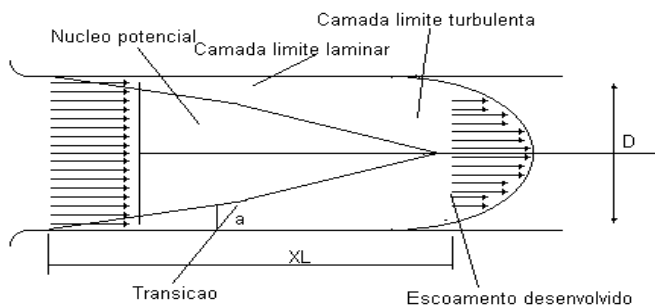


Figura 01 - Escoamento na região de entrada de um tubo em regime laminar

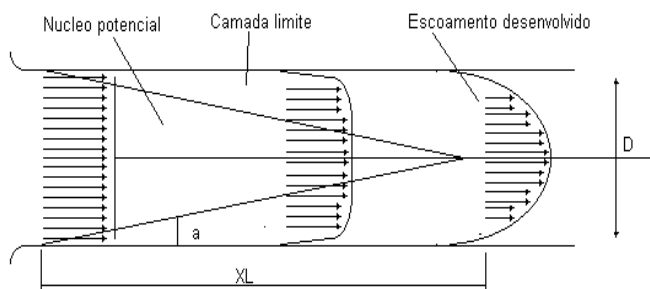


Fig. 02 - Escoamento na região de entrada de um tubo em regime turbulento

No escoamento turbulento, fig. 02, devido ao efeito de mistura, a camada limite cresce mais rapidamente, e conseqüentemente o comprimento necessário para que o perfil de velocidades torne-se completamente desenvolvido, reduz-se a menos de 40D. Observando as figuras 01 e 02, notamos que o perfil laminar é menos achatado que o turbulento. Tal fato se deve basicamente a um maior gradiente de tensão cizalhante existente no primeiro.

Para escoamento laminar, o perfil de velocidades pode ser determinado analiticamente, através da equação da quantidade de movimento e lei da viscosidade de Newton obtendo-se:

$$v = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} (r^2 - R^2) \quad (1)$$

Para escoamento turbulento, o perfil de velocidades não pode ser determinado analiticamente, já que não dispomos para este tipo de escoamento, de relações simples do tipo da lei de viscosidade de Newton.

Para um tubo hidraulicamente liso, a velocidade depende das seguintes variáveis:

$$v = f(y, D, \tau_o, \rho, \nu) \quad (2)$$

onde $y = R-r$ = distância à parede do tubo;

D = diâmetro do tubo;

τ_o = tensão cizalhante na parede;

ν = viscosidade cinemática.

A análise dimensional permite reduzir o nº de variáveis independentes a duas:

$$\frac{V}{V^*} = f\left(\eta, \frac{Dv^*}{\nu}\right) \quad (3)$$

onde:

$$v^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \text{ e } \eta = \frac{yv^*}{\nu}.$$

A experiência mostra que v^* não depende do diâmetro do tubo de modo que a equação (3) pode ser simplificada para:

$$\frac{V}{V^*} = f''(\eta).$$

Existem várias relações empíricas para $f''(\eta)$, a mais conhecida é a devida a Prandtl, Von Kármán e Nikuradse:

$$\frac{V}{V^*} = 5,5 + 2,5 \ln \eta \quad (4)$$

Uma relação de muito uso prático e a chamada “Lei de Potência”:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(\frac{y}{D/2} \right)^{1/n} \quad (5)$$

onde n é um expoente que depende do número de Reynolds. Os valores de n são mostrados na tabela 1.

Tabela 1. Valores de n para diversos Reynolds.

R	$4,0 \times 10^3$	$2,3 \times 10^4$	$1,1 \times 10^5$	$1,1 \times 10^6$	$2,0 \times 10^6$	$3,2 \times 10^6$
n	6,0	6,6	7,0	8,8	10,0	10,0

A tensão de cisalhamento na parede τ_o pode ser facilmente determinada escrevendo-se a equação da quantidade de movimento ao volume de controle de comprimento ΔL , fig. 03:

$$\sum F = \dot{m}(v_2 - v_1)$$

Pela equação da continuidade, $v_1 = v_2$, então substituindo as forças atuantes no V.C., obtemos:

$$p_1 \pi \frac{D^2}{4} - p_2 \pi \frac{D^2}{4} - \tau_o \pi D \Delta L = 0$$

e daí:

$$\tau_o = \frac{D \Delta p}{4 \Delta L} \quad (6)$$

Portanto, medindo-se a perda de carga no tubo (Δp), calcula-se τ_o através de (6).

A vazão volumétrica pode ser determinada através do perfil de velocidades. Pela equação da continuidade:

$$Q = V \cdot A = \int_A V \cdot dA$$

onde : V é a velocidade média e A a seção transversal do tubo.

Como o tubo é circular, fig. 04a, a equação da continuidade pode ser escrita com:

$$V \pi^2 R = \int_0^R 2v \pi r dr$$

Se dividirmos a seção transversal em n anéis, o raio e a velocidade representativos de cada anel seriam respectivamente $\frac{r_{i+1} + r_i}{2} e \frac{v_{i+1} + v_i}{2}$, fig. 04b, de modo que a equação da continuidade poderá ser escrita como:

$$V \pi R^2 = 2 \pi \sum_{i=1}^n \frac{v_{i+1} + v_i}{2} \cdot \frac{r_{i+1} + r_i}{2} \cdot (r_{i+1} + r_i) \quad (7)$$

Dispositivo mais comum para a determinação experimental da velocidade de um corrente fluida é o tubo de Pitot. Este consiste de um tubo de pequeno diâmetro montado na mesma direção do escoamento, fig.05.

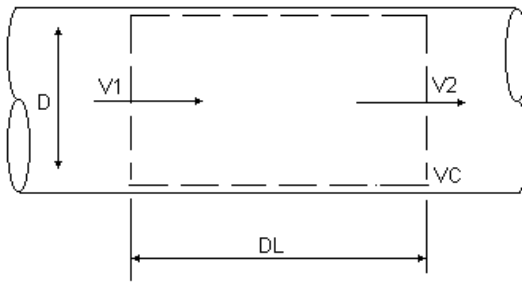


Fig. 03 - Volume de controle para cálculo da tensão na parede

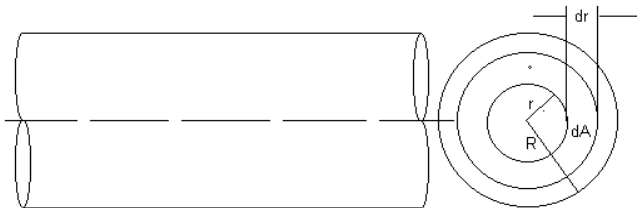


Fig.04a - Seção transversal do tubo

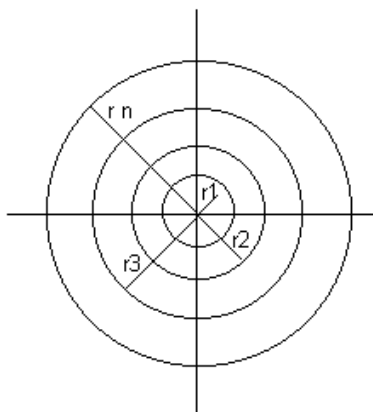


Fig. 04b - Divisão da seção transversal do tubo em vários anéis de raio externo r_i

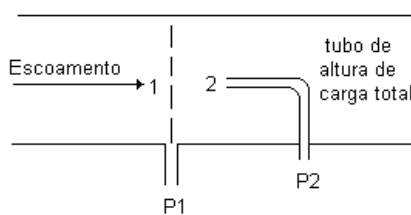


Fig. 05- Tubo de altura de carga total usado como tomada de pressão estática de parede

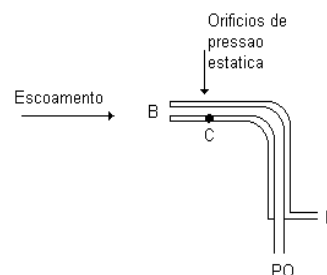


Fig. 06- Tubo Pitot-estático

Escrevendo-se a equação de Bernoulli, entre os pontos 1 e 2, fig.05, obtemos:

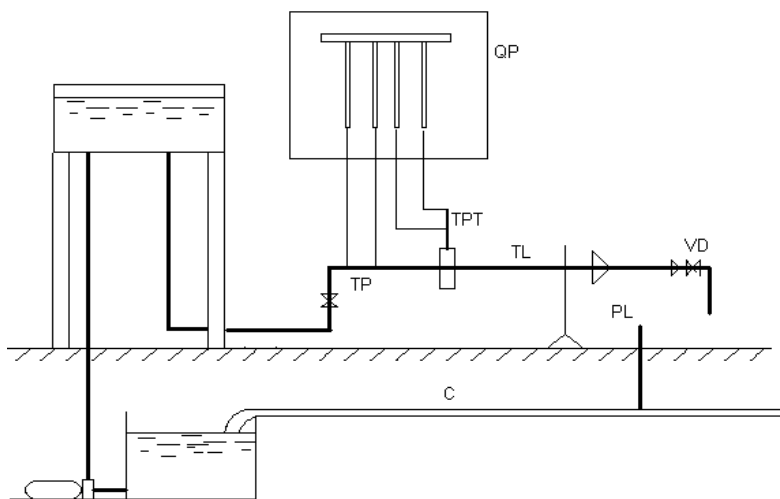
$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Note que 2 é um ponto de estagnação ($v_2=0$), então explicitando v_1 :

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{p_1 - p_2}{\rho}}$$

Assim, determinando-se a diferença entre pressão estática (p_1) e total (p_2), obtém-se a velocidade.

Existem vários tipos de tubos de Pitot. Um tipo muito comum é o estático, fig.06, que difere do convencional, por possuir a tomada de pressão estática no próprio Pitot.



TPT - Tubo de Pitot	VD - Válvula de descarga
TP - Tomada de pressão	PL - Ponta linimétrica
QP - Quadro piezométrico	C - canal
TL - Tubo liso	

Fig. 07- Esquema da instalação

3. EQUIPAMENTOS:

A instalação utilizada neste experimento é mostrada na fig. 07, consistindo de um tubo liso de 100,20 mm de diâmetro interno ligado a um reservatório de nível constante, no qual é montado um tubo de Pitot estático com um mecanismo para variação de posição através da seção transversal do tubo.

Um quadro piezométrico é ligado às tomadas de pressão do Pitot, e em dois pontos do tubo distantes 1m do outro. As tomadas do tubo destinam-se a medição da perda de carga necessária do cálculo da tensão cisalhante na parede.

4. PROCEDIMENTO

- Abrir totalmente o registro de descarga;
- Deslocar o Pitot de meio e meio centímetro e fazer as respectivas leituras das diferenças de pressão, no quadro piezométrico para cada posição;
- Fazer a leitura da perda de carga no quadro piezométrico;
- Repetir o item b) para mais duas vazões obtidas, fechando-se ligeiramente o registro de descarga.

5.RESULTADOS

- a) Plotar o gráfico da velocidade v (m/s) versus raio (r) para cada vazão considerada;
Apenas para a vazão máxima:
- b) Plotar em papel mono-log o perfil adimensional v/v^* (linear) versus η (logarítmico) experimental, juntamente com a expressão (4);
- c) Calcular a velocidade média por integração do perfil de velocidades através da expressão (7).

6.DISSCUSSÃO E CONCLUSÕES

Comparar as velocidades médias obtidas com (c). Comparar o perfil experimental com o calculado pela expressão (4). Discutir sobre as várias fontes de erro, as quais, na sua opinião, a experiência está sujeita.

7.BIBLIOGRAFIA

PLINT, M.A .& Boswirth L. “Fluid Mechanics: A Laboratory Course”. Londres. Charles Griffin & Company Ltd. 1978.

FOX, R. W. & Mc Donald, A . T. “Introdução à Mecânica dos Fluidos”. Guanabara Dois. 1981.